

TP Informatique 11 - Révisions

Exercice 11.1

La **fonction partie entière** $x \mapsto E(x)$ est prédéfinie en Turbo Pascal, c'est `trunc` (car $E(x)$ c'est le réel x qui est "tronqué"). Dans cet exercice, on n'utilisera PAS la fonction `trunc`.

1. Ecrire une fonction **partie** qui a pour paramètre un réel $x \in \mathbb{R}$ et qui rend $E(x)$.
Pour cela : commencer par le cas $x \geq 0$: pour trouver la partie entière de x , on regarde si 0 convient, c'est-à-dire $x < 1$. Si ce n'est pas vérifié, on regarde si $x < 2$, auquel cas, on aura $E(x) = 1$. Si ce n'est pas vérifié, on regarde si $x < 2$, ... et TANT QUE $x < k$, on recommence ! Pour le cas $x < 0$, un raisonnement similaire permettra de conclure.
2. En déduire une fonction qui a pour paramètre $x \in \mathbb{R}$ et qui rend $f(x) = E(x) + (x - E(x))^2$.
3. Ecrire un programme demandant un réel $a \in \mathbb{R}$ et un entier $n \in \mathbb{N}$ et affichant le n -ième terme de la suite $\begin{cases} u_0 = a \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = E(u_n) + (u_n - E(u_n))^2 \end{cases}$
4. Ecrire un programme demandant deux réels a et b , et un entier $n \in \mathbb{N}$, et affichant le n -ième terme de la suite $\begin{cases} u_0 = a \\ u_1 = b \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+2} = u_{n+1} + E(u_n) + (u_n - E(u_n))^2 \end{cases}$

Exercice 11.2

La suite de Syracuse (u_n) est définie par son premier terme $u_0 \in \mathbb{N}^*$ et par la relation de récurrence suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \begin{cases} u_n/2 & \text{si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 & \text{si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

Par exemple, si $u_0 = 3$, les valeurs successives de la suite sont 10, 5, 16, 8, 4, 2, 1, 4, 2, 1, ...

On conjecture que quel que soit le premier terme u_0 , la suite atteindra toujours la valeur 1.

Ecrire un programme qui étant donné un entier a entré par l'utilisateur affiche toutes les valeurs de cette suite (u_n) ayant pour premier terme a jusqu'au premier terme égal à 1. Vérifier la conjecture sur plusieurs exemples.

Prouver cette propriété.