

Exercice 1

1. Lors des élections européennes, une des listes présentée dans le Grand Ouest a obtenu 32% des voix. Lors du dépouillement au bureau de vote A , on compte 925 bulletins. On appelle X la variable aléatoire qui compte le nombre de bulletins au bureau A en faveur de cette liste. Donner la loi de X .
En justifiant qu'on peut approcher la loi de X par une loi normale dont on précisera les paramètres, calculer la probabilité que la liste ait obtenue entre 30% et 40% des voix dans ce bureau.
2. La tête de liste envisage de se présenter aux prochaines élections législatives. Pour donner du poids à sa candidature, il fait effectuer un sondage. Sur 200 personnes, 46 se disent prêt à voter pour elle.
Quelle estimation de son score peut-on lui proposer? Quel est l'estimateur associé?
Déterminer un intervalle de confiance à 95% de l'estimation précédente.

Exercice 2

Soit F la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par : $F(x) = \int_x^{+\infty} \frac{e^{-t}}{1+t} dt$.

1. Montrer que $F(x)$ est bien défini pour tout $x \in [0, +\infty[$.
2. Montrer que la fonction F est de classe \mathcal{C}^1 sur $[0, +\infty[$.
3. Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} xF(x) = 0$.
4. Démontrer que $I = \int_0^{+\infty} F(x) dx$ converge, et calculer sa valeur en fonction de $F(0)$.