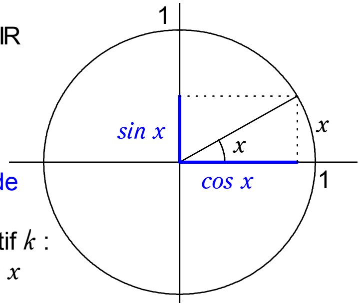
Trigonométrie



Les fonctions sinus et cosinus sont définies sur $\mathbb{R}$ et on a pour tout réel x :

$-1 \leqslant \cos x \leqslant 1$; $-1 \leqslant \sin x \leqslant 1$

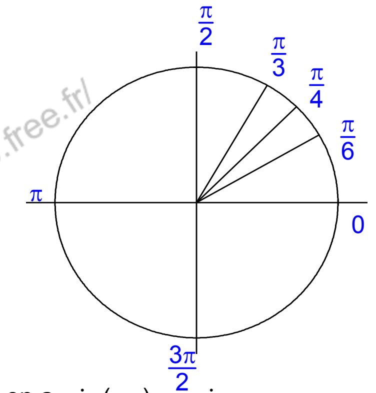
$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

Les fonctions sinus et cosinus sont périodiques de période 2π.
On a donc, pour tout réel x et pour tout entier relatif k :
$\sin(x + 2k\pi) = \sin x$ et $\cos(x + 2k\pi) = \cos x$

La fonction tangente est définie pour tout $x \neq \frac{\pi}{2}\,[\pi]$ par $\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$

La fonction tangente est périodique de période π : $\tan(x + k\pi) = \tan x$ $(k \in \mathbb{Z})$

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\sin x$	0	1	0	-1	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos x$	1	0	-1	0	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$



La fonction sinus est impaire : pour tout réel x, on a $\sin(-x) = -\sin x$
(Sa courbe représentative dans un repère orthogonal a pour centre de symétrie l'origine du repère).
La fonction sinus est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est : $(\sin x)' = \cos x$

La fonction cosinus est paire : pour tout réel x, on a $\cos(-x) = \cos x$
(Sa courbe représentative dans un repère orthogonal a pour axe de symétrie l'axe des ordonnées).
La fonction cosinus est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sa dérivée est : $(\cos x)' = -\sin x$

La fonction tangente est impaire : pour tout $x \neq \frac{\pi}{2}\,[\pi]$, on a $\tan(-x) = -\tan x$

(Sa courbe représentative dans un repère orthogonal a pour centre de symétrie l'origine du repère).
La fonction tangente est dérivable sur tout intervalle dans lequel elle est définie et sa dérivée est : $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$

Correspondances

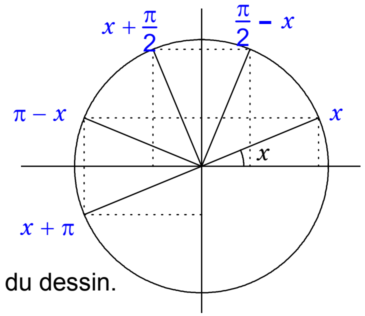
Pour tout réel x :

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$; $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$

$\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos x$; $\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin x$

$\sin(\pi - x) = \sin x$; $\cos(\pi - x) = -\cos x$

$\cos(x + \pi) = -\cos x$; $\sin(x + \pi) = -\sin x$



Il faut savoir retrouver toutes ces égalités à partir du dessin.

Formules d'addition et de duplication

Pour tous réels a et b :

$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$; $\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$

$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$; $\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$

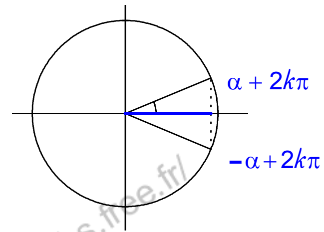
$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2\cos^2 a - 1 = 1 - 2\sin^2 a$

$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$

Résolution d'équations

α étant un réel fixé :

$$\cos x = \cos \alpha \iff \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -\alpha + 2k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$



α étant un réel fixé :

$$\sin x = \sin \alpha \iff \begin{cases} x = \alpha + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = \pi - \alpha + 2k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$