02.1 Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes :

1. $f : x \mapsto \sqrt{2x^2+3x+1}$
2. $g : x \mapsto \sqrt{\dfrac{2x+3}{x^2-4}}$
3. $h : x \mapsto \ln(\ln(|x|))$
4. $u : x \mapsto \ln^3(x)$
5. $v : x \mapsto \ln\left|\dfrac{x}{x^2-1}\right|$
6. $w : x \mapsto (1+x)^{\frac{1}{x}}$
7. $z : x \mapsto x\sqrt{-\ln(x)}$

02.2 Soit la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{1-e^x}{1+e^x}$.
Déterminer le domaine de définition D_f de la fonction f, puis montrer que f est impaire sur D_f.

02.3 Etudier les axes et centres de symétrie des fonctions suivantes :

$$f_1(x) = \frac{x^2-5x-7}{x-1}, f_2(x) = \frac{e^{-x}}{1+e^{-x}}, f_3(x) = \frac{x^2-x-2}{x^2-x-1}, f_4(x) = \frac{5x+7}{3x-2}$$

02.4 La fonction f est définie sur $\mathbb{R}$, de période 1, et vérifie : pour tout réel x de $[1,2[$, $f(x) = \ln(x)$. Tracer la courbe représentative de la fonction f et déterminer l'expression de f sur l'intervalle $[-1,0[$

02.5 Tracer les courbes représentatives des fonctions :

$$f(x) = \ln(x), \quad g(x) = \ln(x+1), \quad h(x) = \ln(x)+1, \quad u(x) = -\ln(x)$$
$$v(x) = \ln(-x), \quad w(x) = |\ln(x)|, \quad y(x) = \ln(|x|)$$

02.6 Tracer les courbes représentatives des fonctions :

$$f(x) = e^x, \quad g(x) = e^{x+1}, \quad h(x) = e^x+1, \quad u(x) = -e^x$$
$$v(x) = e^{-x}, \quad w(x) = e^{|x|}, \quad y(x) = e^{-|x|}$$

02.7 Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction telle que $f \circ f$ soit croissante sur $\mathbb{R}$ et $f \circ f \circ f$ soit strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.
Montrer que f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$.

02.8 Soit f définie sur $\mathbb{R}$ telle que : $\forall x \in \mathbb{R}^*,\ f(x) \leqslant 1 - \dfrac{1}{x^2}$.
Justifier que f est majorée sur $\mathbb{R}$.

02.9 Soit la fonction f définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x) = -\dfrac{x}{1+x}$.

1. Sur $[0,+\infty[$ la fonction f admet-elle un maximum ? un minimum ?
2. Montrer que f est bornée sur $[0,+\infty[$. Déterminer ses bornes inférieures et supérieures.

02.10 Pour chaque fonction suivante, déterminer le domaine de définition, puis étudier ses variations sans dériver en étudiant une composition de fonctions monotones.

1. $f : x \mapsto e^{-\sqrt{2-x}}$
2. $f : x \mapsto \sqrt{\ln(e^{-x}-1)}$
3. $f : x \mapsto \sqrt{1-\ln(1+x)}$
4. $f : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-e^{2-x}}}$
5. $f : x \mapsto (\ln(e^{-x}+1))^2$
6. $f : x \mapsto \sqrt{e^{2+x}-1}$

02.11 Pour chaque fonction suivante, pour tout y élément de l'ensemble d'arrivée, déterminer le nombre d'antécédent(s) de y :

$$f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 2x^2+3x+4 \end{array}, g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}\setminus\{1/2\} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & \dfrac{4x+5}{6x-3} \end{array}, h : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}\setminus\{1\} & \to & \mathbb{R}\setminus\{-1\} \\ x & \mapsto & \dfrac{1+x}{1-x} \end{array}$$

02.12 Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{e^x+e^{-x}}{2} \end{array}$ et $g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \dfrac{e^x-e^{-x}}{2} \end{array}$.

1. Déterminer si f est injective, surjective, bijective.
2. Montrer que g est bijective et déterminer sa bijection réciproque.

02.13 Soient $f : E \to F$ et $g : F \to G$ deux fonctions.

1. Montrer que si f et g sont injectives, alors $g \circ f$ est injective.
2. Montrer que si f et g sont surjectives, alors $g \circ f$ est surjective.

02.14 Soient $f : E \to F$ et $g : F \to G$ deux fonctions.

1. Montrer que si $g \circ f$ est injective, alors f est injective.
2. Montrer que si $g \circ f$ est surjective, alors g est surjective.
3. Montrer que si $g \circ f$ injective et f surjective, alors g injective.
4. Montrer que si $g \circ f$ surjective et g injective, alors f surjective.