01.1 Entre les propriétés (a) et (b), mettre le bon signe entre "$\Rightarrow$", "$\Leftarrow$" ou "$\Leftrightarrow$".

(a) n est multiple de 2	(b) n est multiple de 4
(a) $\sqrt{x^2+4x-5}=0$	(b) $x^2+4x-5=0$
(a) $x-3=x^2+2x$	(b) $e^{x-3}=e^{x^2}e^{2x}$
(a) $\ln(x)=0$	(b) $x=1$

01.2 Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$. Traduire mathématiquement les phrases suivantes, puis les nier (en termes mathématiques puis en français si possible).

1. f est croissante.
2. f est décroissante.
3. f est monotone.
4. f est bornée.
5. f est constante.
6. f est la fonction nulle.

01.3 Soit n un entier. Traduire mathématiquement les phrases suivantes, puis les nier (en termes mathématiques puis en français si possible).

1. n est pair.
2. n est un multiple de 3.

01.4 A l'hôpital Sainte-Béhelle se côtoient deux catégories de malades : des alcooliques invétérés qui mentent systématiquement et des associaux pathologiques qui disent systématiquement la stricte vérité. Trois malades se rencontrent dans le jardin. Le premier dit "nous sommes tous trois des alcooliques". Le second dit "Un et un seul d'entre nous n'est pas alcoolique". Le troisième dit "Il pleut".
Conclusion : faut-il sortir son parapluie ?

01.5 Conjecturer puis démontrer une expression de u_n en fonction de n dans les cas suivants :

1. $u_1=0$ et $\forall n\in\mathbb{N}^*,\ u_{n+1}=\dfrac{1}{2-u_n}$
2. $u_0=1$ et $\forall n\in\mathbb{N},\ u_{n+1}=10u_n-9n-8$
3. $u_0=0$ et $\forall n\in\mathbb{N},\ u_{n+1}=u_n+2^n$

01.6 Démontrer par récurrence les résultats suivants :

1. $\forall n\geqslant 1,\ 1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$
2. $\forall n\in\mathbb{N},\ 2^n\geqslant n+1$

01.7 On considère la suite (u_n) définie par $u_0=0$ et pour tout entier $n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=u_{n-1}+\dfrac{n}{2^n}$

1. Montrer que : $\forall n\in\mathbb{N}^*, u_n=2-\dfrac{n+2}{2^n}$. La suite (u_n) est-elle majorée ?
2. Montrer que : $\forall n\geqslant 2,\ n+2\leqslant 2^n$. La suite (u_n) est-elle minorée ?

01.8 Soit (u_n) la suite définie par $u_0=1$ et $\forall n\in\mathbb{N},\ u_{n+1}=-2u_n+4$.
Déterminer une expression de u_n en fonction de n.
De même pour (v_n) donnée par $v_0=2$ et $\forall n\in\mathbb{N},\ v_{n+1}=3v_n+4$.

01.9 Soit (u_n) la suite définie par ces deux premiers termes $u_0=4$ et $u_1=8$ et par la relation : $\forall n\in\mathbb{N},\ u_{n+2}=4u_{n+1}+5u_n$.
Montrer que pour tout entier $n\in\mathbb{N}$, on a $u_n=2\times(-1)^n+2\times 5^n$.

01.10 Soit (u_n) définie par $u_0=-1/2$ et $\forall n\in\mathbb{N}, u_{n+1}=\dfrac{2u_n}{3+u_n}$.

1. Montrer que $\forall n\in\mathbb{N}, -1\leqslant u_n\leqslant 0$. En déduire le sens de variations de la suite (u_n).
2. On pose $\forall n\in\mathbb{N},\ v_n=\dfrac{u_n}{1+u_n}$. Déterminer une expression de v_n, puis de u_n en fonction de n.