

Questions-réponses semaine 5

J'ai des question à propos de la correction du Problème 1 dans le DS9 (CB2) de 2012-2013.

Q°1 Dans la deuxième partie, à la question 10, je ne comprends pas comment est-ce qu'on passe de la relation obtenue au a) à celle du b). Et je ne comprends pas ensuite comment on obtient le résultat attendu.

R°1 Il s'agit de faire un raisonnement par récurrence. C'est une question très classique que l'on a abordé dans le Problème du DS 3 ; question 2d. Votre hypothèse de récurrence est

$$|u_n - \alpha| \leq \left(\frac{2}{3}\right)^n |u_0 - \alpha|$$

Avec l'IAF on a : $|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3} |u_n - \alpha| \leq \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^n |u_0 - \alpha|$

Ici

$u_0 = 1$ et $\alpha \approx 1,26$ donc $|u_0 - \alpha| \approx 0,26 \leq 1$

Q°2 Je ne comprends pas très bien comment l'on calcule l'intégrale de la fonction, à la question 14b; est-ce avec un changement de variable ?

R°2 On peut en effet effectuer le changement de variable affine $2t+1 = u$ **OU** reconnaître une primitive de $u \cdot \ln(u)$ est $u \cdot \ln(u) - u$ **OU** redémontrer ce résultat avec une IPP. Dans le corrigé c'est la deuxième méthode qui est appliquée mais **ATTENTION** il y a une coquille : il manque le facteur $\frac{1}{2}$.

Q°3 Dans la question 14 d) , je ne comprends pas cette partie du corrigé :

Considérons la fonction F prolongée en $-1/2$ par la valeur de sa limite.

On a $\forall x \in]-1/2, +\infty[$, $F'(x) = f(x)$, mais $\lim_{x \rightarrow -1/2^+} f(x) = +\infty$, donc F n'est pas dérivable à droite

en $-1/2$. La courbe représentative de F admettra cependant une demi-tangente verticale au point d'abscisse $-1/2$.

R°3 Cette réponse utilise sans l'évoquer le théorème de prolongement des fonctions C^1 qui n'est plus au programme. Comme F est C^1 sur $]-\frac{1}{2}; +\infty[$ (cf question 11), et continue sur $[-\frac{1}{2}; +\infty[$ (cf question 14c) ; F est dérivable en $-\frac{1}{2}$ si et seulement si $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{2}} F'(x)$ est finie

Q°4 Est-ce que si:

- f est une fonction dérivable sur un intervalle contenant 0,

- f admet une fonction réciproque sur ce même intervalle,

- $f(0) = 0$, alors

$f(x) \sim_0 f'(0) * f^{-1}(x)$?

R°4 Ce qui est sûr sous vos hypothèses c'est que $f(x) \sim_0 f'(0) * x$ soit

$f(x) \sim_0 f'(0) * (f \circ f^{-1})(x)$