

Questions-réponses semaine 4

J'ai des questions sur le TD1 Ex.26.

Q°1 Dans la question 2 je ne comprends pas comment on fait avec le minimum et le maximum

R°1 On coupe la somme en 3 suivant la position de i par rapport à j :

Si $i < j$ alors $\max(i ; j) = j$; si $i > j$ alors $\max(i ; j) = i$ et si $i = j$ alors $\max(i ; j) = i$

Ensuite dans la deuxième somme on change le nom de l'indice : on l'appelle j à la place i , on remarque alors que les 2 premières sommes sont égales. On finit le calcul avec une somme double.

Q°2 dans la question 4. Pourquoi on commence à $j=2$ dans la méthode 2 si déjà on va jusqu'à $j-1$ dans la deuxième somme?

R°2 Il faut remplir les 2 conditions : $1 \leq i < j$ donc i est entre 1 et $j-1$ et $j > 1$ donc $j \geq 2$ (on fait déjà cette gymnastique dans la question 2 à la ligne 3

J'ai une question sur l'exercice 2 du CB2 2013-2014

Q°3 Dans la question 3.b Je ne comprends comment on fait cette question et comment on déduit de la question a) les résultats.

R°3 puisque (y_n) est arithmétique de raison $R = 1$, on connaît sa formule explicite : $y_n = y_0 + nR$ or

$$y_0 = \frac{1}{1-u_0} = \frac{1}{1-0} = 1$$

Pour revenir à x_n , on utilise $y_n = \frac{1}{x_n}$ soit $x_n = \frac{1}{y_n}$.

J'ai une question sur l'exercice 1 du CB2 2012-2013

Q°4 Dans la question 3.b Je ne comprends comment on fait cette question et comment on déduit de la question a) les résultats.

R°4 La notion de valeur propre n'est plus au programme de première année.

C'est l'ensemble des nombres réels λ tels que $\text{Ker}(A - \lambda I) \neq \{0\}$. La question 3a) permet de trouver 3 valeurs distinctes pour λ et comme la matrice A est carrée de taille 3, on est sûr que ce sont les seules et alors A est diagonalisable c'est-à-dire qu'en prenant une base de \mathbb{R}^3 constituée des vecteurs propres (ceux qui sont dans $\text{Ker}(A - I)$; $\text{Ker}(A - 3I)$; $\text{Ker}(A + I)$) on a une matrice diagonale car dans $\text{Ker}(A - I)$ on a $Au = u$, dans $\text{Ker}(A - 3I)$ on a $Av = 3v$ et dans $\text{Ker}(A + I)$ on a $Aw = -w$.

J'ai des questions sur le problème 1 du CB2 2012-2013

Q°5 Dans la question 2. Pour les développements limités, pour justifier la continuité on a vu que si la fonction admettait un développement limité à l'ordre 1 en x_0 alors elle était dérivable en x_0 donc continue en x_0 .

- Donc est-ce qu'on peut justifier juste avec la propriété ou il faut vérifier forcément avec la limite comme dans la correction?

R°5 Pour la continuité il faut s'assurer que $f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$

S'il y a un DL1 alors il y a un DLO mais il faut bien s'assurer que la constante dans le DL coïncide avec $f(x_0)$

Q°6 comme on a que des DL au voisinage de 0 ça veut dire qu'on ne pourra s'en servir pour justifier la continuité que en 0 et pas avec un autre nombre?

R°6 Oui, pour travailler au voisinage d'un autre nombre, il faut faire un changement de variable (cf question 2 de l'exercice 3 du TD13)

Q°7 En fait comment une fonction pourrait "ne pas admettre de DL"?

R°7 Toutes les fonctions régulières (infiniment dérivables) admettent un DL. Pour trouver une fonction qui n'admet pas de DL vous pouvez choisir une fonction qui n'est pas continue ou pas dérivable par exemple la fonction $x \mapsto \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ ou $x \mapsto |x|$ en 0

Q°8 Dans la question 4. Quand on fait le tableau de variation de f est-ce qu'on doit marquer la "double barre" de la valeur interdite pour 0 comme elle est continue en 0 finalement?

R°8 Non, il n'y a pas de double barre puisqu'on a $f(0) = 1$

Q°9 Dans la Partie 2, question 10.b, Je ne comprends pas trop comment on fait l'hérédité de la récurrence.

R°9 On utilise d'abord le résultat établi dans la question 10a) puis l'hypothèse de récurrence :

$$|u_{n+1} - \alpha| \leq \frac{2}{3} |u_n - \alpha| \leq \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3}\right)^n |u_0 - \alpha|$$

Q°10 Dans la Partie 3 question 11. Si on a $F(x) = \varphi(x) - \varphi(0)$

avec φ une primitive de f j'ai écrit :

$$F'(x) = \varphi'(x) - \varphi'(0) = f(x) - f(0) = f(x) - 1$$

Pourquoi on a $F'(x) = f(x)$?

R°10 Votre erreur vient de la dérivée : $\varphi(0)$ est un nombre donc quand on dérive ça donne bien 0.