Questions

Q1° Comment montrer que la série de terme général $n(\frac{2}{3})^{2n+1}$

R1° On pense à faire apparaître une série géométrique dérivée en remarquant que

$$n(\frac{2}{3})^{2n+1} = n\left(\frac{2}{3}\right)((\frac{2}{3})^2)^n = n\left(\frac{2}{3}\right)(\frac{4}{9})^n = n\left(\frac{2}{3}\right)\left(\frac{4}{9}\right)(\frac{4}{9})^{n-1} = \frac{8}{27}\,n(\frac{4}{9})^{n-1}$$

Q°2 **Exercice 1 du DS 6 de 2015-2016 Question 1b :**
Si on a $T^2 = \lambda T$ avec $\lambda = a + b + c \neq 0$, montrer en raisonnant par l'absurde que T n'est pas inversible

R°2 On suppose par l'absurde que T^{-1} existe alors en multipliant les deux membres de l'égalité par T^{-1}, on obtient T = λI_3 ce qui implique $\lambda = 0$ étant donné que T = $\begin{pmatrix} a & a & a \\ b & b & b \\ c & c & c \end{pmatrix}$
Absurde car on a supposé que $\lambda \neq 0$.
Plus simplement on peut remarquer que rg(T) = 1 $\neq$ 3 donc T n'est pas inversible.

Q°3 **Exercice 1 du DS 6 de 2015-2016 Question 3 :**
Je ne comprends pas pourquoi on fait démarrer la somme à k=1 et comment on passe de l'avant dernière à la dernière ligne dans la correction

R°3 Dans la somme, on fait sortir le terme où k = 0 pour pouvoir exploiter la relation obtenue dans la question 1a) : $T^2 = \lambda T$ qui se généralise avec une récurrence immédiate à « pour tout entier k$\geq$ 1, $T^k = \lambda^{k-1}T$ » (ce qui est faux pour k = 0)
Pour le passage de l'avant dernière ligne à la dernière ligne, on reconnaît la formule du binôme de Newton mais il manque le terme pour k = 0 alors on l'ajoute et on le retire (d'où le $-\gamma^n$)

Q°4 **Exercice 2 du DS 6 de 2015-2016 Question 1 :**
J'ai l'impression que je me suis perdue dans les objets (je vous mets la photo), quand on marque (x,y,z) ça appartient à $\mathbb{R}^3$ ou à $M_{3,2}(\mathbb{R})$?

R°4 $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ appartient à $\mathbb{R}^3$ = $M_{3,1}(\mathbb{R})$
Un élément de $M_{3,2}(\mathbb{R})$ est une matrice avec 3 lignes et 2 colonnes qui s'écrit donc

$$\begin{pmatrix} a & x \\ b & y \\ c & z \end{pmatrix}$$