

**Khôlle n°4 (S1)****Question de cours**

- Écrire avec des quantificateurs la limite suivante :

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \ell$$

- Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+5} - \sqrt{x-3})$$

**Exercice 1**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $f(x) = e^{\frac{-1}{|x|}}$ . Est-elle prolongeable par continuité en 0 ?

**Exercice 2**

Pour la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \sqrt{1 - 2\ln(x)}$

- 1) Déterminer son ensemble de définition.
- 2) Étudier ses variations par composition.
- 3) Donner les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
- 4) Donner le tableau de variation de  $f$ .
- 5) Déterminer un intervalle  $I$  sur lequel  $f$  réalise une bijection et déterminer  $f^{-1}$ .

**Exercice 3**

- 1) Donner les limites des fonctions suivantes aux bornes de leur ensemble de définition.

$$f: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{et} \quad g: [-1; +\infty[\setminus\{0\} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow \frac{e^x+1}{e^x-1} \quad \quad \quad x \rightarrow \frac{\sqrt{x+1}-1}{x}$$

- 2) Préciser, lorsqu'il y a lieu, les asymptotes (verticales ou horizontales) ou si on peut prolonger par continuité ces fonctions.

**Khôlle n°4 (S1)****Question de cours**

- Écrire avec des quantificateurs la limite suivante :

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} +\infty$$

- Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2+x}{1-\ln(x)}$$

**Exercice 1**

Pour la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{1}{e^{-x+2}+1}$

- 1) Déterminer son ensemble de définition.
- 2) Étudier ses variations par composition.
- 3) Donner les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
- 4) Donner le tableau de variation de  $f$ .
- 5) Déterminer un intervalle  $I$  sur lequel  $f$  réalise une bijection et déterminer  $f^{-1}$ .

**Exercice 2**

- a) Étudier les limites de la fonction définie par  $f(x) = \frac{1}{x^2-4x+3}$  aux bornes de son ensemble de définition.
- b) Préciser, lorsqu'il y a lieu, les asymptotes (verticales ou horizontales) ou si on peut prolonger par continuité la fonction  $f$ .

**Exercice 3**

Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(e^x - e^{-x}) - x$

**Khôlle n°4 (S1)****Question de cours**

- Écrire avec des quantificateurs la limite suivante :

$$f(x) \underset{x \rightarrow -\infty}{\longrightarrow} -\infty$$

- Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right)}$$

**Exercice 1**

Pour la fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{x}{1+|x|}$

- 1) Expliciter l'expression de  $f$  suivant les valeurs de  $x$
- 2) En déduire l'ensemble de définition de  $f$ . Est-elle paire ? impaire ?
- 3) Étudier ses variations par composition.
- 4) Donner les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.
- 5) Donner le tableau de variation de  $f$ .
- 6) Déterminer un intervalle  $I$  sur lequel  $f$  réalise une bijection et déterminer  $f^{-1}$ .

**Exercice 2**

Soit  $f : ]0 ; 1] \longrightarrow ]0 ; +\infty[$  une application telle que :  $f(x) + \frac{1}{f(x)} \underset{x \rightarrow 0}{\longrightarrow} 2$ .

Montrer :  $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{\longrightarrow} 1$ .

Indications : On calculera  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( f(x) - \frac{1}{f(x)} \right)^2$  puis on utilisera l'égalité

$$f(x) = \frac{1}{2} \left( \left( f(x) - \frac{1}{f(x)} \right) + \left( f(x) + \frac{1}{f(x)} \right) \right)$$

**Exercice 3**

- 1) Etudier les limites de la fonction suivante aux bornes de son ensemble de définition.

$$\frac{x^2 - 4}{x^2 - 3x + 2}$$

- 2) Préciser, lorsqu'il y a lieu, les asymptotes (verticales ou horizontales) ou si on peut prolonger par continuité la fonction.

**Khôlle n°4 (S2)****Question de cours**

- Écrire avec des quantificateurs la limite suivante :

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x_0} \ell$$

- Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2+x}{1-\ln(x)}$$

**Exercice 1**

1° Etudier le domaine de définition de la fonction définie par  $f(x) = \text{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)$ .

2° Etudier la parité de  $f$

3° Donner les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition

4° Donner le tableau de variations de  $f$ .

5° Donner un intervalle sur lequel  $f$  est bijective et déterminer  $f^{-1}$

**Exercice 2 :**

On considère la fonction définie sur  $[-4\pi; 6]$  par :

$$f(x) = \begin{cases} 2 \cos(x) & \text{sur } [-4\pi; 0] \\ e^x + 1 & \text{si } 0 < x < \frac{1}{2} \\ \alpha \sin x & \text{sinon} \end{cases}$$

- 1) Vérifier que  $f$  est continue sur  $[-4\pi; \frac{1}{2}[$
- 2) Quelle valeur faut-il donner à la constante  $\alpha$  pour que  $f$  soit continue sur  $[-4\pi; 6]$  ?
- 3) Donner le tableau de variations de  $f$ .

**Exercice 3 :**

Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^2 - x}{(x-2)^2 - 4}$

**Khôlle n°4 (S2)****Question de cours**

- Écrire avec des quantificateurs la limite suivante :

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow -\infty} \ell$$

- Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x}$$

**Exercice 1**

Pour la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \sqrt{1 - \ln(2 - x)}$$

1° déterminer son ensemble de définition

2° étudier la monotonie sur chaque intervalle

3° donner les limites aux bornes de son ensemble de définition

4° donner le tableau de variations de  $f$

5° Donner un intervalle sur lequel  $f$  est bijective et déterminer  $f^{-1}$

**Exercice 2 :**

Donner les images réciproques de  $]0 ; 1[$  par les fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{e^{-x+2} + 1}$$

$$f(x) = 1 - \sqrt{1 - 2\ln(x)}$$

$$f(x) = \frac{1 - \ln(x)}{1 + \ln(x)}$$

**Exercice 3 :**

Déterminer  $\lim_{x \rightarrow 2} C$

où

$$C = \frac{(x-1)^2 - (3x-5)^2}{2x^2 - 7x + 6}$$

**Khôlle n°4 (S2)****Question de cours**

- Écrire avec des quantificateurs la limite suivante :

$$f(x) \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \ell$$

- Calculer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$$

**Exercice 1**

Pour la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = \frac{2+x}{1+x}$$

1° déterminer son ensemble de définition

2° étudier la monotonie sur chaque intervalle

3° donner les limites aux bornes de son ensemble de définition

4° donner le tableau de variations de  $f$

5° Donner un intervalle sur lequel  $f$  est bijective et déterminer  $f^{-1}$

**Exercice 2 :**

Donner les images directes de  $]0 ; 1[$  par les fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{1}{e^{-x+2} + 1}$$

$$f(x) = 1 - \sqrt{1 - 2\ln(x)}$$

$$f(x) = \frac{1 - \ln(x)}{1 + \ln(x)}$$

**Exercice 3 :**

Déterminer  $\lim_{x \rightarrow -3} (x+3) \frac{x^2 - 6x + 9}{3x^2 - 27}$