Fiche CB1 : IAF

L'IAF 1ère forme et 2ème forme sont utiles pour justifier des inégalités du type : $|1-\cos(x)| \leq |x|$ 2ème forme

ou $\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{y} \ln\left(\frac{x+y}{x}\right) \leq \frac{1}{x}$ 1ère forme

Pour pouvoir appliquer la 1ère forme, il faut que :

- f soit continue sur un intervalle $[a;b]$ tel que $a<b$
- f soit dérivable sur $]a;b[$
- Que la dérivée de f soit bornée sur $]a;b[$, càd que :

$\exists (m;M) \in \mathbb{R}^2 \,/\, \forall t \in]a;b[,\ m \leq f'(t) \leq M$

Alors $\boxed{m(b-a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b-a)}$

Ex : On cherche à montrer que $\frac{1}{x+y} \leq \frac{1}{y} \ln\left(\frac{x+y}{x}\right) \leq \frac{1}{x}$

Soit $(x;y) \in \mathbb{R}^{+*}$ tels que $x<y$. La fonction $\ln$ est continue sur $[x;x+y]$ et dérivable sur $]x;x+y[$.

Cherchons à borner la dérivée de $\ln$.

$\forall t \in]x;x+y[,\ \ln'(t) = \frac{1}{t}$