

Exercice 1

Déterminer tous les polynômes $P \in \mathbb{R}[X]$ tels que :

$$P(X) = (P'(X))^2$$

Exercice 2

1. Soit $A = X^4 + 3X^2 - X + 1$ et $B = X^2 + X + 1$.
Écrire la division euclidienne de A par B .
2. Soit $A = X^4 + aX^2 + bX + c$. A quelle condition sur (a, b, c) A est-il divisible par $X^2 + X + 1$?

Exercice 3

Soit $P = X^4 - X^3 + X^2 - 3x + 2$.

Montrer que 1 est racine de P et préciser son ordre de multiplicité. En déduire la factorisation de P en facteurs irréductibles dans $\mathbb{R}[X]$.