Exercice 1

On considère une suite (u_n) dont le premier terme u_0 est strictement positif et vérifiant la relation suivante :

$$\forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+1} = u_n + \frac{1}{u_n}$$

1. Vérifier que la suite (u_n) est bien définie.
2. Etudier le sens de variation de la suite (u_n).
3. Montrer que la suite (u_n) diverge vers $+\infty$.

Exercice 2

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{x}{(x^2+1)^2} dx$
2. $\displaystyle\int_{1}^{2} \frac{(\ln(u))^2}{u} du$
3. $\displaystyle\int_{2}^{e} \frac{1}{x\ln(x)} dx$
4. $\displaystyle\int_{0}^{1} (1+e^t)^2 dt$
5. $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{x}{x+1} dx$
6. $\displaystyle\int_{0}^{1} \frac{2y+3}{1+y^2} dy$