

Suites - Intégration sur un segment

Questions de cours

K22.1 Adèle, Camille, Jean-Damien, Mathilde L.

Pour $x \in \mathbb{R}$, $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{x}{n}\right)^n$

K22.2 Damien, Manon V.

Primitive de $x \mapsto x^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$

K22.3 Mathilde L.

Primitive de $x \mapsto \frac{1}{x}$

K22.4 Martin

Primitive de $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}$

K22.5 Damien

Primitive de $x \mapsto 1 + \tan^2(x)$

K22.6 Juliette

Primitive de $x \mapsto e^{3x}$

K22.7 Martin

Primitive de $x \mapsto \frac{1}{1+x^2}$

K22.8 Mathilde L.

Primitive de $x \mapsto \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

K22.9 Mathilde B.

Soit f une fonction continue sur I et soit $a \in I$.

Propriétés de $x \mapsto \int_a^x f(t)dt$

K22.10 Alexandre, Manon P., Marie, Noëlle

Propriétés de $x \mapsto \int_{u(x)}^{v(x)} f(t)dt$

K22.11 Capucine, Cécile, Constance Be., Damien, Matthieu P.

Intégration par parties

K22.12 Claire, Inès, Marion, Martin

Changement de variables.

Exercices

K22.13 Manon V., Mathilde B.

Déterminer :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(\sqrt{n^2 + 1} - \sqrt{n^2 - 1} \right)$$

K22.14 Juliette, Marion

Déterminer :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} n \left(\cos\left(\frac{1}{n}\right) - \ln\left(e + \frac{1}{n}\right) \right)$$

K22.15 Jean-Damien

Déterminer :

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{1 + \sin\left(\frac{1}{n}\right)} - e^{3/n}}{\tan\left(\frac{1}{n}\right)}$$

K22.16 Constance Be., Manon P.

Déterminer la primitive F de \tan définie sur $\left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$, vérifiant $F(0) = 1$.

K22.17 Adèle, Alexandre, Camille, Marie

Calculer :

$$I = \int_2^3 \frac{dt}{t \ln(t)}$$

K22.18 Juliette

Calculer pour tout $n \geq 1$

$$I = \int_2^{2^n} \frac{dt}{t \ln(t)}$$

K22.19 Jean-Damien, Manon V.

Calculer :

$$I = \int_0^1 \frac{1+x}{1+x^2} dx$$

K22.20 Capucine, Cécile

Calculer :

$$I = \int_0^{\pi/4} \tan(t) dt$$

K22.21 Matthieu P., Noëlle

Calculer :

$$I = \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sin(t) e^{\cos(t)} dt$$

K22.22 Claire, Inès

Calculer :

$$I = \int_0^{\pi/4} \sin(t) \cos^2(t) dt$$

K22.23 Matthieu P.Donner toutes les primitives sur \mathbb{R} de

$$f : x \mapsto \frac{x^3 + x^2 + x + 2}{x^2 + 1}$$

K22.24 Adèle

On rappelle que :

$$\forall a, b \in \mathbb{R}, \cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$

Calculer :

$$I = \int_0^{\pi/3} \cos^2(t) dt$$

K22.25 Matthieu P., NoëlleSoit $k \in \mathbb{N}$. Donner les primitives sur \mathbb{R}^{+*} de :

$$f : x \mapsto x^k \ln(x)$$

et calculer $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.**K22.26** Claire, Inès

Calculer :

$$I = \int_1^e t^n \ln(t) dt$$

K22.27 Manon V., Marion

Calculer :

$$I = \int_0^1 (x^2 + x) e^{-x} dx$$

K22.28 Juliette, Mathilde B.

Calculer :

$$I = \int_0^{\pi} x^2 \sin(x) dx$$

K22.29 Martin

A l'aide d'une intégration par parties, calculer :

$$I = \int_0^{\pi/4} x \tan^2(x) dx$$

K22.30 Marie

Calculer :

$$I = \int_1^2 \sin(\ln(t)) dt$$

K22.31 Claire, Inès

Calculer :

$$I = \int_0^1 \frac{e^x}{1 + 4e^x + 4e^{2x}} dx$$

par exemple avec le changement de variable $u = e^x$.**K22.32** Manon V., Marion

Calculer :

$$I = \int_1^2 \frac{dt}{t(t^3 + 1)}$$

à l'aide du changement de variable $u = t^3$.**K22.33** Jean-Damien, Juliette

Calculer :

$$I = \int_1^{\ln(2)} \sqrt{e^t - 1} dt$$

à l'aide du changement de variable $u = \sqrt{e^t - 1}$.

K22.34 Mathilde B.

Calculer :

$$I = \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{e^t + 1}} dt$$

  l'aide du changement de variable $u = \sqrt{e^t + 1}$.**K22.35 Capucine, Cécile**

Calculer :

$$I = \int_1^4 \frac{dt}{t + \sqrt{t}}$$

par exemple avec le changement de variable $u = \sqrt{t}$.**K22.36 Alexandre, Marie**

Calculer :

$$I = \int_0^{\sqrt{2}/2} \frac{du}{\sqrt{1 - u^2}}$$

par exemple avec le changement de variable $u = \sin(t)$.**K22.37 Mathilde L.**

$$I_n = \int_{e^n}^{e^{n+2}} \frac{\ln(t)}{t^2} dt$$

Calculer I_n pour tout entier n .En déduire $\lim_{n \rightarrow +\infty} I_n$.**K22.38 Constance Be., Manon P.**

On pose :

$$\forall n \in \mathbb{N}, I_n = \int_0^1 (1 - t^2)^n dt$$

Trouver une relation de récurrence entre I_{n+1} et I_n .En déduire le calcul de I_n pour tout $n \in \mathbb{N}$.**K22.39 Mathilde L.**

$$F : x \mapsto \int_1^{x^2} \frac{e^t}{t} dt$$

1. Déterminer le domaine de définition de F .
2. Etudier son signe et sa parité.
3. Calculer la dérivée de F là où cela est possible.

K22.40 Camille, No lleEtudier la fonction f définie par :

$$f(x) = \int_x^{2x} e^{t^2} dt$$

K22.41 MarionOn considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \int_{2x}^{x^2} \frac{\ln(t)}{t} dt$$

Montrer que f est de classe \mathcal{C}^1 sur $]0, +\infty[$ et donner l'expression de sa dérivée.**K22.42 Claire, Inès**On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \int_x^{x^2} \frac{1}{(\ln t)^2} dt$$

1. Justifier que f est définie sur $D =]0, 1[\cup]1, +\infty[$.
2. Justifier que f est dérivable sur D et calculer f' .
3. Donner le sens de variations de f .

K22.43 C cileOn considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \int_x^{2x} \frac{1}{\sqrt{4 + t^4}} dt$$

1. Justifier que f est définie sur \mathbb{R} .
2. Justifier que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer f' .
3. Donner le sens de variations de f .

K22.44 Damien

$$F : x \mapsto \int_0^{\sin^2(x)} \text{Arcsin}(\sqrt{t}) dt + \int_0^{\cos^2(x)} \text{Arccos}(\sqrt{t}) dt$$

1. Déterminer le domaine de définition de F .
2. Etudier sa parité et sa périodicité.
3. Calculer sa dérivée et en déduire une expression simplifiée pour F .

K22.45 DamienSoit $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue telle que :

$$\forall x \in [a, b], f(a + b - x) = f(x)$$

1. Montrer que $\int_a^b t f(t) dt = \frac{a+b}{2} \int_a^b f(t) dt$
2. En déduire le calcul de $\int_0^\pi \frac{t \sin(t)}{1 + \cos^2(t)} dt$.