Corollaire 15

Soient $a, b \in \mathbb{R}$. D'après le th. 14 (th. de transfert pour 2 variables) on a :

$$E(aX+bY) = \sum_{\substack{i \in X(\Omega) \\ j \in Y(\Omega)}} (ai+bj)\, P(X=i \cap Y=j)$$

$$= \sum_{i \in X(\Omega)} ai \left(\sum_{j \in Y(\Omega)} P(X=i, Y=j) \right) + \sum_{j \in Y(\Omega)} bj \left(\sum_{i \in X(\Omega)} P(X=i, Y=j) \right)$$

Proba totales $\rightarrow$ $$= a \sum_{i \in X(\Omega)} i \; P(X=i) + b \sum_{j \in Y(\Omega)} j \; P(Y=j)$$

$$= a \; E(X) + b \; E(Y)$$

Proposition 16

D'après le th. de transfert pour 2 variables on a :

$$E(XY) = \sum_{\substack{i \in X(\Omega) \\ j \in Y(\Omega)}} ij \; P(X=i \cap Y=j)$$

par indépendance $\rightarrow$ $$= \sum_{\substack{i \in X(\Omega) \\ j \in Y(\Omega)}} i\,j \; P(X=i)\, P(Y=j)$$

$$= \sum_{i \in X(\Omega)} i\, P(X=i) \left(\sum_{j \in Y(\Omega)} j\, P(Y=j) \right)$$

$$= \sum_{i \in X(\Omega)} i\, P(X=i) \times E(Y)$$

$$= E(X) \; E(Y)$$