Preuves du 29/05

Théorème 10

Soit $k \in X(\Omega)$, on sait que $a \leq k \leq b$

ainsi $aP(X=k) \leq kP(X=k) \leq bP(X=k)$

car une probabilité est un nombre positif.

En sommant ces inégalités pour tout $k \in X(\Omega)$ on obtient :

$$\sum_{k \in X(\Omega)} a\,P(X=k) \leq \sum_{k \in X(\Omega)} k\,P(X=k) \leq \sum_{k \in X(\Omega)} b\,P(X=k)$$

soit $$a \underbrace{\sum_{k \in X(\Omega)} P(X=k)}_{1} \leq E(X) \leq b \underbrace{\sum_{k \in X(\Omega)} P(X=k)}_{1}$$

On a bien $a \leq E(X) \leq b$

<u>Remarque</u> avec $a=0$ on retrouve le 1er.

Corollaire 12

Soient $a, b \in \mathbb{R}$. On sait avec le théorème 11 (th. de transfert)

que $$E(aX+b) = \sum_{k \in X(\Omega)} (ak+b)P(X=k)$$

linéarité de la somme $\rightarrow$ $$= a\sum_{k \in X(\Omega)} kP(X=k) + b\underbrace{\sum_{k \in X(\Omega)} P(X=k)}_{1}$$

$$= a\,E(X) + b$$