Preuves du 20 mai

Proposition 24 Soit $B \in \mathcal{A}$ tel que $P(B) \neq 0$.

Il s'agit de vérifier les 2 propriétés énoncées dans la définition 9 :

(i) $P_B(\Omega) = \dfrac{P(\Omega \cap B)}{P(B)} = \dfrac{P(B)}{P(B)} = 1$

(ii) Soit $(A_i)_{i \in I}$ une famille d'événements 2 à 2 incompatibles alors

$$P_B\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) = \frac{P\left(\left(\bigcup_{i \in I} A_i\right) \cap B\right)}{P(B)}$$

$$= \frac{P\left(\bigcup_{i \in I} (A_i \cap B)\right)}{P(B)}$$

σ. additivité de P $\longrightarrow$ $= \dfrac{\sum_{i \in I} P(A_i \cap B)}{P(B)}$

les événements $A_i \cap B$ étant aussi 2 à 2 incompatibles car contenu dans A_i

$$= \sum_{i \in I} \frac{P(A_i \cap B)}{P(B)}$$

$$= \sum_{i \in I} P_B(A_i)$$

Rq L'application P_B est bien définie et à valeurs dans $[0;1]$ car $A \cap B \subset B$ donc $P(A \cap B) \leq P(B)$

ainsi on a bien $0 \leq P_B(A) \leq 1$