

Exercice 1 :

Une urne contient 9 boules numérotées de 1 à 9.

On tire 2 boules au hasard. Déterminez la probabilité d'obtenir des numéros de même parité dans les cas suivants :

- 1/ On tire les boules simultanément.
- 2/ On tire une boule on ne la remet pas et on tire la deuxième boule.
- 3/ On tire une boule, on la remet et on tire la deuxième.

Exercice 2 :

Une usine fabrique des pièces, avec une proportion de 0,05 de pièces défectueuses. Le contrôle des fabrications est tel que :

- si la pièce est bonne, elle est acceptée avec la probabilité 0,96.
- si la pièce est mauvaise, elle est refusée avec la probabilité 0,98.

On choisit une pièce au hasard et on la contrôle. Quelle est la probabilité

1. qu'il y ait une erreur de contrôle ?
2. qu'une pièce acceptée soit mauvaise ?

Exercice 3 :

Une compagnie aérienne a étudié les réservations sur un vol Lyon-Agadir. Voilà le modèle qu'elle est a obtenu :

Pour tout entier naturel k non nul, si la place est réservée le jour k alors elle le sera encore le jour $k+1$ avec une probabilité de 0,9.

Si la place est libre le jour k alors elle sera réservée le jour $k+1$ avec une probabilité de 0,4.

On note r_k la probabilité qu'une place soit réservée le jour k . On suppose que $r_1 = 1$.

- 1) Ecrire r_{k+1} en fonction de r_k
- 2) En déduire r_k en fonction de k
- 3) Etudier la convergence de la suite (r_k)

Soutien du 18 mai 2020 : corrigé

Exercice 1 :

1/ Il y a $\binom{9}{2}$ choix possibles.

Pour que les deux numéros soit paires, il y a $\binom{4}{2} = 6$ cas possibles.

Pour que les deux numéros soit impaires il y a $\binom{5}{2} = 10$ cas possibles.

La probabilité que les deux numéros soient de même parité est : $\frac{16}{\binom{9}{2}}$

2/ Il y a $9 \times 8 = 72$ choix possibles.

Pour que les deux numéros soit paires, il y a $4 \times 3 = 12$ cas possibles.

Pour que les deux numéros soit impaires il y a $5 \times 4 = 20$ cas possibles.

La probabilité que les deux numéros soient de même parité est : $\frac{32}{72} = \frac{4}{9}$

3/ Il y a $9 \times 9 = 81$ choix possibles.

Pour que les deux numéros soit paires, il y a $4 \times 4 = 16$ cas possibles.

Pour que les deux numéros soit impaires il y a $5 \times 5 = 25$ cas possibles.

La probabilité que les deux numéros soient de même parité est : $\frac{41}{81}$

Exercice 2 :

1. Il y a une erreur de contrôle si une pièce est défectueuse et acceptée ou si une pièce est bonne et rejetée. Par incompatibilité la probabilité qu'il y ait une erreur de contrôle est : $0,05 \times 0,02 + 0,95 \times 0,04$.
2. On sait que la pièce est acceptée, on cherche la probabilité qu'elle soit mauvaise. On applique la formule de Bayes : $\frac{0,95 \times 0,96}{0,05 \times 0,02 + 0,95 \times 0,96}$

Exercice 3 : cf exercice 25 du TD14

1. Avec la formule des probabilités totales, on a :

$$r_{k+1} = 0,9r_k + 0,4(1-r_k) = 0,5r_k + 0,4$$

2. La suite (r_k) est arithmético-géométrique. On cherche l tel que $l = 0,5l + 0,4$.

$$\text{On a } l = \frac{4}{5}$$

Alors la suite $(r_k - l)$ est géométrique de raison 0,5 donc

$$r_k - \frac{4}{5} = 0,5^{k-1} \left(r_1 - \frac{4}{5} \right) \text{ ainsi } r_k = 0,5^{k-1} \frac{1}{5} + \frac{4}{5}.$$

3. $\lim_{k \rightarrow +\infty} r_k = \frac{4}{5}$ car $-1 < 0,5 < 1$.

On peut estimer qu'après un grand nombre de jours, le taux de réservation sera de 80% sur ce vol.