Questions/réponses du 20 au 26 mars

Q°1 Je planche sur l'exercice 7 du chapitre 11 depuis mercredi , je ne comprends pas le détail du calcul. Pourriez-vous me le donner ?

R°1 $u_n = S_{2n}$ donc $u_{n+1} = S_{2(n+1)} = S_{2n+2}$ et $u_{n+1} - u_n = S_{2n+2} - S_{2n}$.
Il s'agit de sommes télescopiques. Tous les termes se simplifient sauf les 2 derniers de la somme S_{2n+2}. Ensuite comme 2n+3 est impair et 2n+2 pair on doit calculer :

$$\frac{-1}{2n+3} + \frac{1}{2n+2} = \frac{-1(2n+2)}{(2n+3)(2n+2)} + \frac{2n+3}{(2n+2)(2n+3)} = \frac{-2n-2+2n+3}{(2n+2)(2n+3)} = \frac{1}{(2n+2)(2n+3)}$$

Q°2 Concernant la question 2c du DM12,''L'' doit-elle être une limite finie? Parce que dans le cas contraire je ne vois pas comment traiter la question.

R°3 Parfaitement

Q°3 Dans l'exercice 7 du TD11 ,

$$S_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{k}$$

Pourquoi est-ce que

$$S_{2n} \neq \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{2k+1}}{2k} \quad ?$$

R°3 Prenons n = 1 alors le membre de gauche donne :

$$S_2 = \sum_{k=1}^{2} \frac{(-1)^{k+1}}{k} = \frac{(-1)^{1+1}}{1} + \frac{(-1)^{2+1}}{2} = \frac{1}{2}$$

Alors que le membre de droite donne :

$$\sum_{k=1}^{1} \frac{(-1)^{2k+1}}{2k} = \frac{(-1)^{2\times1+1}}{2\times 1} = \frac{-1}{2}$$

Q°4 Dans la correction de la question 6 de l'exercice 4 du TD11, comment peut-on passer de l'équivalent en 0 à l'équivalent en $+\infty$?

R°4 Si n tend vers $+\infty$ alors $x_n = \frac{1}{n}$ tend vers 0. On est donc dans le cadre de l'exemple E1 de la page 6 du chapitre 11 et/ou la remarque R4 p 14 du chapitre 5: on peut "composer à droite" avec des équivalents (substituer).

Q°5 Ma question porte sur l'exercice 7 du TD10 à propos de l'expression d'une famille génératrice de G.
Je sais qu'en vertu du fait que P(1) = 0, les polynômes qu'on cherche peuvent s'écrire sous la forme P = (x-1)f(x). Néanmoins dans ces exercices, nous ne connaissons pas les degrés. Comment dès lors choisir l'expression de f(x) : (ax +b) , (ax) ; (ax^2 + bx + c).... ?

R°5 Dans ces deux exercices on se place dans l'ensemble des fonctions polynômiales de degré inférieur ou égal à 3 que l'on note E=$\mathbb{R}_3[x]$. Puisque le degré d'un produit est égal à la somme des degrés, la fonction f est polynômiale de degré inférieur ou égal à 2 donc de la forme ax^2 + bx + c où a, b et c sont des réels. Ainsi P = a(x-1)x^2+b(x-1)x +c(x-1). Il vient qu'une famille génératrice est ((x-1)x^2 ; (x-1)x ; x-1) puisque P est combinaison linéaire de ces trois polynômes (Rq: C'est aussi une base car échelonnée en degré donc libre) .

Q°6 Nous sommes plusieurs à relire le cours ensemble pour essayer de mieux le comprendre. Nous avons du mal à comprendre la différence entre (Sn) et la série des (Un), c'est à dire les points 4 et 5 de la remarque 1 du chapitre 12.

R°6 C'est la même chose, c'est écrit dans la définition 1 du chapitre 12: la série des (u_n) est la suite des sommes partielles (S_n).