

Corrigé Colle Info. 05

Exercice 05.1

```

PROGRAM esperance_variance ;
  VAR k : INTEGER ;
      T : ARRAY[1..5] OF INTEGER ;
      E,V : REAL ;

BEGIN
E := 0 ;
V := 0 ;
FOR k := 1 TO 5
  DO
    BEGIN
      WRITELN('Donner P(X=', k ,')' );
      READLN(T[k]) ;
      E := E+k*T[k] ;
      V := V+k*k*T[k] ;
    END ;
  V := V-E*E ;
  WRITELN('E(X) vaut ',E,' et V(X) vaut ',V) ;
  READLN ;
END.

```

Exercice 05.2

- Le programme commence par remplir un tableau de 10 cases avec des 0. Ensuite, il ajoute un +1 dans une case au hasard, puis il ajoute un autre +1 dans une case au hasard, etc ... Il refait cette opération 100 fois au total. Le programme affiche finalement le nombre de cases dans lequel il y a encore un 0 à la fin de ces ajouts de 1.

MODELE : on considère une urne contenant 10 boules numérotées de 1 à 100. On réalise 100 tirages successifs avec remise de boules dans cette urne, en notant les numéros obtenus. Le programme renvoie le nombre de numéros de boules qui ne sont jamais sortis au cours des 100 tirages.

- Remarquons que pour tout i , $T[i]$ suit une loi binomiale $\mathcal{B}(100, \frac{1}{10})$.
On a $X_i(\Omega) = \{0, 1\}$.
De plus, $\mathbb{P}(X_i = 1) = \mathbb{P}(T[i] = 0) = (\frac{9}{10})^{100}$, donc X_i suit une loi $\mathcal{B}\left((\frac{9}{10})^{100}\right)$.
 - Puisque $S = X_1 + X_2 + \dots + X_{10}$, on a $\mathbb{E}[S] = \sum_{k=1}^{10} \mathbb{E}(X_k) = 10 \left(\frac{9}{10}\right)^{100}$.

Exercice 05.3

1. X suit une loi uniforme sur $\{1, \dots, n\}$, puisque l'ordinateur choisit un nombre entre 1 et n au hasard et uniformément.

```
2.      PROGRAM simulation_uniforme ;
          VAR k,n : INTEGER ;
      BEGIN
      WRITELN('Donner l''entier n' );
      READLN(n) ;
      FOR k := 1 TO 50
          DO WRITELN(random(n)+1) ;
      READLN ;
      END.
```

Exercice 05.4

```
1.      PROGRAM simulation_bernoulli ;
          VAR p : REAL ;
      BEGIN
      WRITELN('Donner le paramètre p' );
      READLN(p) ;
      IF random < p
          THEN WRITELN(1)
          ELSE WRITELN(0) ;
      READLN ;
      END.
```

```
2.      PROGRAM simulation_50_bernoulli ;
          VAR p : REAL ;
              k : INTEGER ;
      BEGIN
      WRITELN('Donner le paramètre p' );
      READLN(p) ;
      FOR k := 1 TO 50
          DO
              IF random < p
                  THEN WRITELN(1)
                  ELSE WRITELN(0) ;
      READLN ;
      END.
```

Exercice 05.5

```
PROGRAM simulation_binomiale ;
    VAR p : REAL ;
        k,s : INTEGER ;
BEGIN
WRITELN('Donner le paramètre n' );
READLN(n) ;
WRITELN('Donner le paramètre p' );
READLN(p) ;
s := 0 ;
FOR k := 1 TO n
    DO
        IF random < p
            THEN s := s+1 ;
WRITELN(s) ;
READLN ;
END.
```

Exercice 05.6

```
PROGRAM simulation_geometrique ;
    VAR p : REAL ;
        s : INTEGER ;
BEGIN
WRITELN('Donner le paramètre p' );
READLN(p) ;
s := 0 ;
REPEAT s := s+1 ;
    UNTIL random < p ;
WRITELN(s) ;
READLN ;
END.
```