

TP Informatique 20 - Révisions

Exercice 20.1

On introduit la suite (u_n) , définie par

$$\forall n \geq 1, u_n = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{i} \right) - \ln(n)$$

Écrire un programme qui calcule u_n pour un entier $n \geq 1$ donné par l'utilisateur.

Exercice 20.2

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 2$ et $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = \left(1 - \frac{1}{100}\right) u_{n-1} + \frac{1}{10}$. Écrire une fonction u qui calcule u_n pour tout entier naturel n .

Exercice 20.3

Soit $f : x \mapsto x - \ln(1 + x^2)$ et (u_n) la suite définie par

$$u_0 = 1, \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = f(u_n)$$

On peut montrer que la suite (u_n) est décroissante et tend vers 0.

Écrire un programme qui calcule et affiche un entier n tel que $u_n \leq 10^{-3}$.

Exercice 20.4

L'énoncé étudie la fonction φ définie sur \mathbb{R}^{+*} par :

$$\varphi(x) = \ln(x) - \ln(x+1) + \frac{1}{x}$$

On admet que φ est strictement croissante sur $[1/3, 1/2]$ l'équation $\varphi(x) = 1$ possède une unique solution α dans l'intervalle $[1/3, 1/2]$.

Proposer un programme en Pascal permettant d'encadrer α dans un intervalle d'amplitude 10^{-2} .