

**05.1** Un jeu comporte 32 cartes (4 couleurs, 8 cartes par couleur).

Une main est constituée de 8 cartes non ordonnées.

1. Quel est le nombre de mains possibles ?
2. Combien de mains contiennent au moins un cœur ou une dame ?
3. Combien ne contiennent pas plus de deux couleurs ?
4. Combien de mains contiennent les quatre As ?
5. Combien de mains contiennent quatre trèfles dont la dame ?
6. Combien de mains ne contiennent pas de cœur ?
7. Combien de mains contiennent au plus trois carreaux ?

**05.2** On dispose de 10 livres, dont 4 de maths et 4 d'économie.

1. Combien y a-t-il de façons de ranger les livres sur une étagère ?
2. Combien y a-t-il de façons de sorte que les livres de maths restent groupés ? et qu'à la fois les livres de maths et les livres d'économie restent groupés ?
3. Combien y a-t-il de façons de ranger les livres sur l'étagère, de sorte que les 8 livres de maths ou économie restent groupés ensemble, mais en alternant ?

**05.3** Un tiroir contient 5 paires de chaussettes noires, 3 paires vertes et 3 paires rouges. Chaque paire de chaussettes contient un pied droit et un pied gauche. On choisit simultanément 2 chaussettes au hasard dans le tiroir.

1. Combien y a-t-il de tirages possibles ?
2. Combien de tirages amènent deux chaussettes noires ? deux chaussettes de même couleur ?
3. Combien de tirages amènent deux pieds gauches ? un pied gauche et un pied droit ?
4. Combien de tirages permettent de reconstituer une paire de chaussures noires ?

**05.4** Une urne contient 5 boules blanches et 8 boules noires, a priori indiscernables l'une de l'autre. On tire successivement 6 boules dans l'urne avec remise. Un résultat est une succession de boules blanches et noires.

1. Combien de résultats ont :
  - (a) 5 boules noires et 1 boule blanche dans cet ordre ?
  - (b) au plus 1 boule noire ?
  - (c) 3 boules blanches et 3 boules noires ?
  - (d) au moins 1 boule blanche ?
2. Mêmes questions avec des tirages :
  - successifs sans remise.
  - successifs avec remise, boules numérotées (discernables)
  - successifs sans remise, boules numérotées
  - simultanément, boules numérotées.

**05.5** Dans une assemblée de  $n$  membres, on doit désigner un bureau de  $p$  membres, dont une personne doit être le président.

1. Combien de bureaux peut-on désigner (sans considérer le président) ?
2. On désigne d'abord le bureau, puis le président parmi le bureau. Combien y a-t-il de choix de bureau+président ?
3. On désigne d'abord le président, puis les personnes qui l'accompagnent dans le bureau. Combien y a-t-il de choix bureau+président ?
4. Quelle identité a-t-on démontré ?

**05.6** Soit  $n \geq 2$ . On a un ensemble  $E$  de  $n$  personnes. Chacune envoie une lettre et une seule à l'une des  $n - 1$  autres personnes.

1. Combien y a-t-il de situations possibles ?
2. Zoé est une de ces personnes. Pour tout  $j \in \llbracket 0, n-1 \rrbracket$ , déterminer le nombre total de situations possibles où Zoé reçoit exactement  $j$  lettres. Quelle identité a-t-on démontré ?