04.10 Soit X une variable aléatoire qui suit une loi uniforme sur $[\![5, 10]\!]$. Déterminer son espérance et sa variance.

04.11 Un stock de marchandise (supposé infini) ne comporte que 80% de bonnes pièces. Huit clients ont acheté chacun une pièce. On note X la variable aléatoire donnant le nombre de clients satisfaits.

1. Déterminer la loi de X, son espérance et sa variance.
2. Quelle est la probabilité d'avoir plus de 2 clients satisfaits sachant qu'au moins un client est mécontent ?

04.12 Soit $n \geqslant 3$. n joueurs jettent chacun une pièce équilibrée. Une personne gagne une partie si elle obtient le contraire de tous les autres. Les joueurs jouent plusieurs parties successives et indépendamment.

1. Quelle est la probabilité qu'une partie comporte un gagnant ?
2. On note X la variable aléatoire égale au nombre de parties nécessaires à l'obtention d'un gagnant. Déterminer la loi de X, son espérance et sa variance.

04.13 Deux orchestres A et B sont respectivement constitués de 4 et 6 musiciens. Chaque musicien a, idnépendamment des autres, la probabilité p d'être indisponible un soir donné. Un orchestre ne peut se produire que si au moins la moitié de ses musiciens est présente. Vous organisez une soirée : quel orchestre choisissez-vous ?

04.14 On suppose que X suit une loi de Poisson de paramètre $\lambda > 0$. Est-il plus probable que X prenne des valeurs paires ou impaires ?

04.15 Soit X une variable aléatoire suivant une loi binomiale $\mathcal{B}(n, p)$. Déterminer la(es) valeur(s) de k pour lesquelles $\mathbb{P}(X = k)$ est maximale.

04.16 On considère une urne contenant une boule blanche et une boule noire. On effectue une série de n tirages en remettant à chaque fois dans l'urne la boule tirée, ainsi qu'une autre de la même couleur. Soit X_n le nombre de boules blanches tirées. Déterminer la loi de X_n, puis donner son espérance et sa variance.

04.17 Un tireur touche une cible avec la probabilité p. Il tire n fois de suite, les tirs étant indépendants. Soit X la variable associée au nombre de tirs réussis. Un compteur défectueux affiche les résultats des tirs de la façon suivante : si le tireur réussit au moins un tir, alors il affiche le bon nombre de tirs sinon il choisit d'afficher au hasard un nombre entre 1 et n. Ainsi le compteur n'affiche jamais 0. Soit Y la variable associée au nombre affiché sur le compteur.

1. Déterminer la loi de X. En déduire la loi de Y.
2. Donner $\mathbb{E}[X]$ et en déduire $\mathbb{E}[Y]$.
3. Donner la loi de $Z = Y - X$. En déduire un autre calcul de $\mathbb{E}[Y]$.

04.18 Une urne contient $2n$ boules, n blanches et n rouges. On tire au hasard, et simultanément n boules. On appelle X la variable aléatoire qui associe le nombre de boules blanches obtenues. Déterminer la loi de X et son espérance.

04.19 Soit $k \geqslant 1$. On considère une pièce avec laquelle la probabilité d'obtenir Pile est $p \in]0, 1[$. On lance successivement cette pièce jusqu'à obtenir k fois Pile.

Soit Y le nombre de fois où on a obtenu Face avant d'obtenir pour la k-ième fois Pile. Déterminer la loi de Y.

04.20 1. Soit X une variable aléatoire suivant une loi $\mathcal{B}(n, p)$. Montrer que $\dfrac{1}{1+X}$ admet une espérance et la calculer.

2. Soit Y une variable aléatoire suivant une loi $\mathcal{P}(\lambda)$. Montrer que $\dfrac{1}{1+Y}$ admet une espérance et la calculer.

04.21 Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes suivant des lois binomiales de paramètre (n, p) et (m, p) où $m, n \in \mathbb{N}^*$ et $p \in]0, 1[$.
Déterminer la loi de $Z = X + Y$, son espérance et sa variance.

04.22 Soient X et Y deux variables aléatoires indépendantes suivant des lois de Poisson de paramètres $\lambda > 0$ et $\mu > 0$.
Déterminer la loi de $Z = X + Y$, son espérance et sa variance.