

Exercice 1

Soit f la fonction définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \exp(-2|x|)$$

1. Montrer que f est une densité de probabilité.
2. Soit X une variable aléatoire admettant f pour densité.
Déterminer la fonction de répartition de X .
3. On pose $Y = |X|$. Montrer que Y est une variable à densité et donner une densité de Y .
4. On pose $Z = X^2$. Montrer que Z est une variable à densité et donner une densité de Z .

Exercice 2

Soit F la fonction définie par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, F(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

1. Montrer que F peut être vue comme la fonction de répartition d'une variable aléatoire X à densité.
2. Déterminer alors une densité f de la variable aléatoire X .
3. On pose $Y = e^X$. Montrer que Y est une variable à densité et donner une densité de Y .
4. On pose $U = \sqrt{Y}$. Montrer que U est une variable à densité et donner une densité de U .