

D'après Oral ESCP S

1. Soit $p \in]0, 1[$.
On dispose d'une pièce amenant Pile avec une probabilité égale à p . On lance cette pièce jusqu'à l'apparition du deuxième Pile.
On note alors X le nombre de Face obtenus au cours de cette expérience.
 - (a) Déterminer la loi de X .
 - (b) Vérifier qu'on a bien $\sum_{n=0}^{+\infty} \mathbb{P}(X = n) = 1$.
 - (c) Montrer que X admet une espérance et calculer sa valeur.
2. On procède à l'expérience suivante : si X prend la valeur n , on place $n + 1$ boules numérotées de 0 à n dans une urne, et on tire ensuite une boule de cette urne.
On note alors Y le numéro obtenu.
 - (a) Préciser $Y(\Omega)$.
 - (b) Soit $n \in \mathbb{N}$ fixé et soit $k \in \llbracket 0, n + 1 \rrbracket$.
Calculer $\mathbb{P}_{[X=n]}(Y = k)$.
 - (c) En déduire la loi de Y .
 - (d) Montrer que Y admet une espérance et calculer sa valeur.
3. On pose $Z = X - Y$.
 - (a) Donner la loi de Z .
 - (b) Vérifier que pour tous $h, j \in \mathbb{N}$, les événements $(Z = h)$ et $(Y = j)$ sont indépendants.