

**D'après Oral ESCP S**

1. Soit  $p \in ]0, 1[$ .  
On dispose d'une pièce amenant Pile avec une probabilité égale à  $p$ . On lance cette pièce jusqu'à l'apparition du deuxième Pile.  
On note alors  $X$  le nombre de Face obtenus au cours de cette expérience.
  - (a) Déterminer la loi de  $X$ .
  - (b) Vérifier qu'on a bien  $\sum_{n=0}^{+\infty} \mathbb{P}(X = n) = 1$ .
  - (c) Montrer que  $X$  admet une espérance et calculer sa valeur.
2. On procède à l'expérience suivante : si  $X$  prend la valeur  $n$ , on place  $n + 1$  boules numérotées de 0 à  $n$  dans une urne, et on tire ensuite une boule de cette urne.  
On note alors  $Y$  le numéro obtenu.
  - (a) Préciser  $Y(\Omega)$ .
  - (b) Soit  $n \in \mathbb{N}$  fixé et soit  $k \in \llbracket 0, n + 1 \rrbracket$ .  
Calculer  $\mathbb{P}_{[X=n]}(Y = k)$ .
  - (c) En déduire la loi de  $Y$ .
  - (d) Montrer que  $Y$  admet une espérance et calculer sa valeur.
3. On pose  $Z = X - Y$ .
  - (a) Donner la loi de  $Z$ .
  - (b) Vérifier que pour tous  $h, j \in \mathbb{N}$ , les événements  $(Z = h)$  et  $(Y = j)$  sont indépendants.