
Oral type HEC/ESCP : 30 minutes de préparation.

Exercice 1

On vous propose de jouer à un jeu pouvant comporter plusieurs manches. On suppose les résultats des différentes manches éventuellement jouées indépendants, le gain pour chaque manche étant une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur le segment $[0, 1]$.

1. Dans cette question, **vous devez** jouer deux manches et votre gain final est le plus grand des gains de ces deux manches. Quelle est la loi de votre gain ? Quelle est son espérance ?
2. Dans cette question, on suppose que **vous avez le droit** de jouer deux manches, et votre gain final est le gain de la **dernière manche jouée**. Vous décidez alors de la stratégie suivante :
Vous vous fixez un seuil s compris entre zéro et un,
→ si le gain de la première manche est au moins égal à s , alors vous arrêtez le jeu après cette première manche ;
→ sinon, vous jouez une seconde manche.
Quelle est la loi de votre gain final ? Quelle est son espérance ? Quelle valeur de s choisissez-vous ?
3. On suppose maintenant que vous avez le droit de jouer **au maximum** trois manches et votre gain est toujours celui de la dernière manche jouée. Proposez une stratégie.

Exercice 2 (sans préparation)

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on pose

$$u_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{2n} - \left(1 + \frac{2}{n}\right)^n$$

Déterminer la nature de la série de terme général u_n .