

ORAL TYPE ENSAE/ENSAI

Ce sujet d'oral est composé de deux exercices. Vous présenterez ces deux exercices à l'oral, dans l'ordre de votre choix.

Préparation : 30 min - Interrogation : 30 min

Exercice 1

Donner le développement limité à l'ordre 3 en 0 de $\frac{1}{\cos(x)}$

Exercice 2

Soit f une fonction continue et bornée, définie sur \mathbb{R}^+ à valeurs dans \mathbb{R} .

1. Montrer que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, l'intégrale

$$I_n = \int_0^{+\infty} f(x)e^{-nx} dx$$

est définie.

2. Déterminer la limite de I_n quand n tend vers $+\infty$.
3. Montrer que

$$nI_n - f(0) = \int_0^{+\infty} n(f(x) - f(0))e^{-nx} dx$$

4. Montrer que

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} nI_n = f(0)$$