Exercice 1

1. Faire un DL à l'ordre 2 en 0 de $\dfrac{1}{e^x + \sqrt{1+x}}$
2. Faire un DL à l'ordre 3 en 0 de $\dfrac{e^{-x} - 1}{x}$
3. Faire un DL à l'ordre 3 en 0 de $x \ \ln(1 + e^{-x})$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $]0,1[$ par :

$$\forall x \in]0,1[, \ f(x) = \frac{-x}{(1-x)\ln(1-x)}$$

1. Réaliser un développement limité à l'ordre 2 au voisinage de 0 de la fonction f.
2. Justifier que f est prolongeable en une fonction continue et dérivable en 0. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe au point d'abscisse 0 et la position de $\mathcal{C}_f$ par rapport à cette tangente au voisinage de 0.

Exercice 3

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par :

$$\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{1\}, \ g(x) = (x+1)\exp\left(\frac{1}{x-1}\right)$$

1. Montrer qu'il existe trois réels a, b, c à déterminer tels que, au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$, on ait :

$$g(x) = ax + b + \frac{c}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$$

2. En déduire que $\mathcal{C}_g$ admet des asymptotes au voisinage de $\pm\infty$, et préciser la position de $\mathcal{C}_g$ par rapport à ces asymptotes.