

Exercice 1

Calculer les limites suivantes :

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{e^x - 1}$

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{2\sqrt{x}}$

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{e^x - 1}$

4. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\exp(3x^2)}{x^6}$

5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right)$

6. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+4x)}{x}$

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^{\sqrt{x}}$

8. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x} - 1}$

9. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x\sqrt{x})}{x^2}$

10. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(e^{1/x^2} - 1 \right)$

11. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(1+x^2)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2} - 1}$

12. $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2^x + 3^x)^{1/x}$

Exercice 2

Déterminer les branches infinies des fonctions suivantes au voisinage du point indiqué :

1. $\frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 + 1}$ en $+\infty$

3. $\frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$ en $-\infty$

2. $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$ en $+\infty$

4. $\frac{\ln\left(\frac{e^x + 1}{x}\right)}{x^2}$ en $+\infty$

Exercice 3

Donner le domaine de définition des fonctions suivantes. Etudier si elles sont prolongeables par continuité en 0. Si oui, donner la fonction prolongée.

1. $f(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{x^2 + \sqrt{x}}$

2. $g(x) = \exp\left(-\frac{1}{x}\right)$

3. $h(x) = \begin{cases} \frac{\exp(2x^2) - 1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{\ln(1+x^3)}{3x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$