Exercice 1

Calculer les limites des expressions suivantes au point indiqué :

1. $\dfrac{x^4+x+1}{x^3-x}$ en $+\infty$ et en $-\infty$
2. $\dfrac{2x^5-4x+1}{x^5-4}$ en $+\infty$
3. $\dfrac{x^2-1}{x^2-2x+1}$ en 1
4. $\dfrac{6x^6-1}{x^3-1}$ en $-\infty$
5. $\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x^2+\sqrt{x^2+1}}$ en $+\infty$
6. $\dfrac{\sqrt{x+1}-x-1}{x}$ en $+\infty$
7. e^x-x en $+\infty$
8. $x\ln(x)-x$ en 0
9. $(x^5+\ln(x))e^{-x}$ en $+\infty$
10. $\dfrac{x-9}{\sqrt{x}-3}$ en 9
11. $e^{\sqrt{x}}-2\ln(x)-x^2$ en $+\infty$
12. $e^{-1/x}\ln(x)$ en 0^+
13. $x^2e^{-e^x}$ en $+\infty$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\exp\left(\dfrac{1}{\ln(1+e^{-x})}\right)$ et soit g la fonction définie par : $g(x)=f(x)+\ln(1+x)$.

1. (a) Justifier que f est définie sur $D_f=\mathbb{R}$
   (b) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et $+\infty$.
   (c) Etudier les variations de f sur $\mathbb{R}$ (aucun calcul de dérivée autorisé, faire une étude de composée de fonctions).
   (d) Dresser enfin le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
2. (a) Déterminer D_g le domaine de définition de g.
   (b) Etudier les variations de g sur D_g (aucune dérivée)
   (c) Calculer les limites de g aux bornes de D_g.
   (d) Dresser le tableau de variations de g sur D_g.