

## Chapitre 18 - Diagonalisation

### 1 - Changements de bases

- Matrice de passage entre deux bases
- Changement de coordonnées pour un vecteur
- Changement de coordonnées pour une A.L.
- Changement de bases pour un endomorphisme
- Matrices semblables et équivalentes : différences
- Puissances de matrices semblables, de matrices diagonales

### 2 - Valeurs propres et vecteurs propres

- Valeur propre, spectre d'un endomorphisme
- Vecteurs propres, sous-espace propre d'un endomorphisme
- Ecriture du sous-espace propre en noyau d'un endomorphisme
- Valeur propre, spectre d'une matrice carrée
- Vecteurs propres, sous-espace propre d'une matrice carrée
- Valeurs propres d'une matrice triangulaire
- Ecriture du sous-espace propre en noyau d'une matrice carrée
- Lien entre endomorphisme et matrice carrée
- Une famille de vecteurs propres (pour des vp distinctes) est libre
- Les sous-espaces propres sont toujours en somme directe.
- On a toujours  $\sum_{\lambda \in Sp(f)} E_{\lambda}(f) \leq n$

### 3 - Diagonalisation

- Endomorphisme diagonalisable (existence base de vecteurs propres)
- Matrice carrée diagonalisable (semblable à matrice diagonale)
- $f$  diagonalisable  $\iff E = \bigoplus_{\lambda \in Sp(f)} E_{\lambda}(f) \iff \sum_{\lambda \in Sp(f)} E_{\lambda}(f) = n$ .
- Cas particulier :  $n$  valeurs propres distinctes
- Cas particulier : une seule valeur propre

### *Savoirs faire exigibles :*

- Savoir écrire les matrices de passages entre deux bases
- Savoir écrire les relations entre deux matrices représentant  $f$
- Connaître la définition d'une valeur propre
- Connaître la définition d'un vecteur propre
- Connaître la définition d'un sous-espace propre
- Déterminer les valeurs propres d'une matrice triangulaire
- Déterminer les valeurs propres d'une matrice de taille 2, 3, 4.
- Connaître les façons de traduire "  $f$  diagonalisable "
- Connaître les façons de traduire "  $A$  diagonalisable "
- Savoir conclure lorsqu'on a  $n$  valeurs propres
- Savoir conclure lorsqu'on a une seule valeur propre

*Aucune notion sur les polynômes annulateurs n'est à connaître.*