

Chapitre 11 - Espaces vectoriels

1 - Généralités

- Structure de \mathbb{K} -espace vectoriel. Familles de vecteurs.
- Exemples usuels : \mathbb{K}^n , $\mathbb{K}[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{K})$
- Combinaisons linéaires de vecteurs. Notation *Vect*.
- Sous-espaces vectoriels : ce sont des espaces vectoriels
- Sous-espaces vectoriels engendrés par une famille

2 - Familles libres et génératrices

- Familles génératrices (finies) d'un espace vectoriel
- Famille génératrice où un vecteur est C.L. des autres
- Familles libres, familles liées
- Exemples : dans \mathbb{K}^n , dans $\mathbb{K}[X]$
- Cas des familles de polynômes de degrés étagés
- Cas des familles de 1 vecteur, de 2 vecteurs
- Une famille est liée ssi un vecteur est CL des autres
- Unicité de l'écriture en CL d'une famille libre

3 - Bases et dimension

- Définition d'une base.
- Espaces vectoriels de dimension finie, dimension d'un evdf.
- Bases canoniques dans \mathbb{R}^n , $\mathbb{R}_n[X]$, $\mathcal{M}_{n,p}(\mathbb{R})$
- Lien entre cardinal/dimension/liberté/générateur
- Familles libres/génératrices de n vecteurs
- Théorème de la base incomplète
- Dimension des sous-espaces vectoriels
- Intersection de sous-espace vectoriels

4 - Sommes de sous-espaces vectoriels

- Somme de deux sous-espaces vectoriels
- Dimension d'une somme : formule de Grassmann
- Somme directe de deux sous-espaces vectoriels
- Sous-espaces vectoriels supplémentaires

Savoirs faire exigibles :

- Savoir montrer qu'un ensemble est un sous-espace vectoriel :
 - soit en revenant à la définition
 - soit en l'écrivant en *Vect*
- Connaître les définitions de famille génératrice, liée, libre.
- Savoir déterminer si une famille est libre ou liée.
- Savoir trouver une base d'un espace vectoriel
- Savoir montrer qu'une famille est une base d'un ev
- Savoir déterminer la dimension d'un espace vectoriel
- Connaître parfaitement les dimensions des ev usuels
- Savoir déterminer l'intersection de deux sev
- Savoir démontrer si une somme est directe
- Savoir montrer que deux sev sont supplémentaires