

05.1 Calculer les limites des expressions suivantes aux points indiqués.

- | | |
|---|--|
| 1. $\frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x + 1}$ en 1 et $+\infty$ | 10. $\frac{\text{Ent}(x)}{x}$ en 0 et $+\infty$ |
| 2. $\frac{1 - \frac{1}{x^2}}{1 - \frac{1}{x}}$ en 0 | 11. $\sqrt{x} \ln\left(\frac{x^2}{1+x}\right)$ en 0^+ et $+\infty$ |
| 3. $\frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x^2 + \sqrt{x^2 + 1}}$ en $+\infty$ | 12. $(x - 2) \ln(x^2 - x - 2)$ en 2^+ |
| 4. $\frac{1}{x}(\sqrt{x+1} - x - 1)$ en $+\infty$ | 13. $x^2 e^{-e^x}$ en $+\infty$ |
| 5. $\frac{\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}}{x - 1}$ en 1 | 14. $e^{-1/x} \ln(x)$ en 0^+ |
| 6. $\frac{x - 9}{\sqrt{x} - 3}$ en 9 | 15. $e^x \ln(x^2 + x)$ en $-\infty$ |
| 7. $\sqrt{ \ln(x) }$ en 0^+ | 16. $(1 + x)^{1/x}$ en $+\infty$ |
| 8. $\frac{x}{ x + 2 }$ en -2 | 17. $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ en 0^+ |
| 9. $\text{Ent}(x) \ln(x)$ en 0^+ | 18. $\left(\frac{e^x}{x}\right)^{1/x}$ en $+\infty$ |
| | 19. $x^{\ln(x)}$ en 0^+ |
| | 20. $\frac{(-1)^{\text{Ent}(x)}}{\sqrt{x}}$ en $+\infty$ |

05.2 Déterminer un équivalent simple et la limite des expressions suivantes au point indiqué :

- | | |
|--|---|
| 1. $\frac{\ln(1 + x^2)}{x}$ en 0 | 6. $\frac{\ln(4x^2 - 2x + 1)}{x}$ en 0 et $+\infty$ |
| 2. $\frac{1}{x} \ln\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ en 0 | 7. $\frac{x - \sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - \sqrt{x^2 + 1}}$ en $-\infty$ |
| 3. $\frac{\ln(x - 1)}{x - 2}$ en 2 | 8. $\frac{x^x - 1}{\ln(1 - \sqrt{x^2 - 1})}$ en 1^+ |
| 4. $\frac{\ln(2+x) - \ln(2)}{\exp(\sqrt{1+x}) - e}$ en 0 | 9. $\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x} - \sqrt{x}}}$ en $+\infty$ |
| 5. $\frac{x - 1}{x^n - 1}$ en 1 ($n \in \mathbb{N}^*$) | |

05.3 Calculer les limites des expressions suivantes aux points indiqués.

- | | |
|---|--|
| 1. $x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$ en $+\infty$ | 6. $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^{x^2/2}$ en $+\infty$ et $-\infty$ |
| 2. $\frac{\sqrt{1+x} - 1}{e^x - 1}$ en 0 | 7. $\left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}\right)^{x/2}$ en $+\infty$ |
| 3. $\frac{\ln(2 - x^2)}{x - 1}$ en 1 | 8. $\left(\frac{\ln(x+1)}{\ln(x)}\right)^{x \ln(x)}$ en 1^+ et $+\infty$ |
| 4. $(1 + x^2)^{\ln(x)/x}$ en 0^+ | 9. $\frac{\ln(x+1)}{e^x - \sqrt{1+x}}$ en 0 |
| 5. $\left(\frac{x+1}{x-1}\right)^x$ en $+\infty$ | |

05.4 Déterminer le domaine de définition des fonctions, puis étudier si ces fonctions sont prolongeables par continuité en 0 :

- | | |
|--|--|
| 1. $f(x) = \frac{\ln(1 + e^{1/x})}{e^{1/x}}$ | 3. $h(x) = \begin{cases} \ln(1+x) & \text{si } x \geq 0 \\ e^x & \text{si } x < 0 \end{cases}$ |
| 2. $g(x) = \frac{e^x - 1}{x^x - 1}$ | 4. $u(x) = \frac{x}{\ln(x)}$ |

05.5 Étudier les branches infinies des fonctions suivantes aux bornes de leur domaine de définition.

- | | |
|---|--|
| 1. $f_1(x) = \frac{x^2}{x - 1}$ | 6. $f_6(x) = \frac{xe^x}{e^x + 1}$ |
| 2. $f_2(x) = \frac{x^2 + 5}{2x + 1}$ | 7. $f_7(x) = \frac{x}{2} - \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}$ |
| 3. $f_3(x) = x + \sqrt{x^2 + x + 1}$ | 8. $f_8(x) = \frac{x^2 + \ln(x)}{ x }$ |
| 4. $f_4(x) = e^{-x} - 2x + 1$ | |
| 5. $f_5(x) = x - \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ | |