Questions/Réponses du 11 mai au 15 mai

Q°1 Dans l'exercice 10 du TD13, en faisant le quotient des deux DL à l'ordre 2 je n'arrive pas au bon résultat, est-ce une erreur de calcul ? Je suppose qu'il y a un lien avec la remarque 8 du théorème 4, mais comment savoir à quel ordre faire les calculs pour avoir l'ordre voulu à la fin?

R°1 Lorsqu'il y a un quotient, il se peut qu'il y ait des simplifications (ici par x) auquel cas il faut aller un peu plus loin dans le DL du numérateur et du dénominateur (on veut de l'ordre 1 mais à cause de la simplification par x il faut aller jusqu'à l'ordre 2 dans les DL du numérateur et du dénominateur). Au brouillon vous pouvez aller le plus loin possible (ordre 3) puis voir ce qui est nécessaire pour conclure et tronquer les DL obtenus.

Q°2 Dans l'exercice 10 du TD13, question 2, je ne comprends pas le passage de l'antépénultième à l'avant dernière dernière étape.

R°2 Votre question est légitime car il y a du travail, des étapes qui n'ont pas été détaillées. Dans cette question, pour prouver la continuité de f' , il faut un DL à l'ordre 0 (avec o(1)). Alors on simplifie $\frac{2x^2+o(x^2)}{4x^2+o(x^2)} = \frac{x^2(2+o(1))}{x^2(4+o(1))} = \frac{2+o(1)}{4+o(1)}$
et on tronque le numérateur : $1 - x + o(x) = 1 + o(1)$
car $-x + o(x) = o(1)$ au voisinage de 0.

Q°3 Dans l'exercice 4 du TD13, question 2, pourquoi fait-on un Dl à l'ordre 2 pour prouver la continuité de f et sa dérivabilité ? un développement à l'ordre 1 ne suffit-il pas ? d'ailleurs je ne comprends pourquoi le dl à l'ordre 1 est 1 + 0xX
je trouve : (x^2 + o (x^2))/ x^2 .

R°3 Dans cet exemple la variable est « x^2», il n'y a donc que des puissances paires au numérateur. Ensuite on divise par « x^2», donc on perd « 2 degrés ». Si on se contente d'un DL à l'ordre 2 au numérateur alors on a :
(x^2 + o (x^2))/ x^2 = 1+o(1)
On arrive donc à l'ordre 0, insuffisant pour conclure sur la dérivabilité de f.
Puisqu'on veut au moins un DL à l'ordre 1 pour le quotient, il faut au moins un DL à l'ordre 3 pour le numérateur (à cause de la simplification par x^2). Et comme au numérateur toutes les puissances sont paires, il faut bien aller à l'ordre 4 pour ln(1+x^2).

Q°4 Dans l'exercice 1 du TD12 sur les séries, je ne comprends plus pourquoi les limites trouver en " télescopant les sommes partielles" nous permettent de trouver la somme de la série.

R°4 Par définition : la somme d'une suite convergente est la limite des sommes partielles.

Q°5 Je ne comprends pas bien l'exercice 8 du TD 13, notamment la question 2 et la façon dont on trouve le DL d'ordre 2.

R°5 Dans ce DL, la partie régulière est nulle car $x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = o(x^2)$ = 0+0$x + 0x^2 + o(x^2)$

(cela se démontre en étudiant $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x^3 \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2} = \lim\limits_{x \to 0} x \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 0$ grâce au théorème des gendarmes, le sinus étant compris entre -1 et 1)

<u>Remarque :</u> Dans le corrigé on utilise cette définition : une fonction est négligeable devant x^2 si elle s'écrit $x^2\varepsilon(x)$ avec $\lim\limits_{x \to 0} \varepsilon(x) = 0$, ici $\varepsilon(x) = x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$

Q°6 J'aurais une question concernant la question 7 de l'exercice 1 du TD 13. Elle concerne cette fonction :

$$f(x) = (1+x)^{1/x}$$

J'ai l'impression que lorsque j'utilise la formule (1 + x)^a, je ne trouve pas le bon résultat. Est-ce parce que j'utilise mal la formule ou car on ne peut pas l'utiliser dans ce cas-là ?

R°6 Dans le DL de (1 + x)^a, le nombre a ne doit pas dépendre de la variable x. Si la puissance dépend de la variable x, alors il faut penser à la forme exponentielle.