Questions/Réponses du 10 avril au 16 avril

Q°1 Pourriez-vous s'il vous plaît expliquer plus en détail le raisonnement de la question 5-c du problème 1 ? Je ne comprends pas la "traduction" de MT=TM en matrices, ni la résolution du système.

R°1 Comme dans le deuxième point de l'exercice 3 du TD 10, on prend une matrice carré de taille 3 quelconque M = $\begin{pmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{pmatrix}$,

on calcule MT = $\begin{pmatrix} a & d & a+g \\ b & e & b+h \\ c & f & c+i \end{pmatrix}$ et TM = $\begin{pmatrix} a+c & d+f & g+i \\ b & e & h \\ c & f & i \end{pmatrix}$, et on suppose que M est dans le commutant de T donc MT=TM. Deux matrices sont égales si et seulement si elles ont la même dimension (c'est le cas ici) et les mêmes coefficients ce que l'on traduit par le système : $\begin{cases} a = a+c \\ d = d+f \\ a+g = g+i \\ b+h = h \\ c+i = i \end{cases}$

ce qui est équivalent à $\begin{cases} c = 0 \\ f = 0 \\ a = i \\ b = 0 \\ c = 0 \end{cases}$. Les coefficients d, e, g et h restent quelconques dans $\mathbb{R}$.

Q°2 Je ne comprends pas comment trouver la matrice dans la question 4b du problème n°1. Serait-ce possible que vous m'expliquiez le raisonnement à suivre plus en détails ?

R°2 Pour donner la matrice d'une application linéaire relativement à une base, on écrit en colonne les images des vecteurs de cette base (définition 10 du chapitre 10). La première colonne de la matrice T est donc le vecteur $f(u_1)$ décomposé dans la base ($u_1$ ; $u_2$ ; $e_1$). Comme $f(u_1)= u_1$, la première colonne de la matrice est (1 ;0 ;0). De même $f(u_2)= u_2$ donc la deuxième colonne de la matrice est (0 ;1 ;0). Enfin $f(e_1)= u_1+e_1$ donc la troisième colonne de la matrice est (1 ;0 ;1).