Questions/réponses du 27 mars au 2 avril

Q°1 Comment retrouver le noyau d'une application linéaire f à partir d'une matrice sans résoudre de système ?

R°1 Lorsque vous notez Ci les colonnes d'une matrice, si elles sont liées alors vous pouvez trouver facilement un élément du noyau. Par exemple pour un endomorphisme de $\mathbb{R}^3$, en considérant une base (e1 ; e2 ; e3) si on a C1-C2-C3= 0, cela signifie que f(e1-e2-e3) = 0 donc le vecteur e1-e2-e3 de coordonnées (1;-1;-1) est dans le noyau de f (ou (-1;1;1))

Q°2 Si u_n et v_n sont équivalentes en $+\infty$; est-ce qu'on peut écrire

$$\sum_{n\geq 0} u_n \sim \sum_{n\geq 0} v_n \quad ?$$

R°2 Absolument pas, on peut seulement affirmer que les 2 séries sont de même nature.
Que les séries soient divergentes ou convergentes, on ne peut pas sommer des équivalents jusqu'à plus l'infini.
Je vous donne un contre-exemple simple: imaginez qu'à partir de n=100 on ait $u_n = v_n = \frac{1}{n^2}$ et qu'avant on ait $u_n = 2v_n = 10$ alors les deux séries sont convergentes, leurs termes sont équivalents (et même égaux) en + infini pourtant la somme de la série des u_n est plus grande que celle des v_n à cause des premiers termes. Les sommes ne sont pas équivalentes sinon la limite de leur rapport vaudrait 1 et alors elles seraient égales. (on peut aller plus loin mais ce n'est pas au programme http://www.les-mathematiques.net/phorum/read.php?4,470370).

Q°3 Est-ce que vous pourriez mettre, sur le site des BL, le programme pour plusieurs semaines s'il vous plaît? Cela nous permet de gérer les exercices à faire et le cours à lire quand nous voulons et surtout de nous avancer.

R°3 Votre demande va à l'encontre des consignes que l'on reçoit: ne pas avancer les apprentissages trop vite pendant cette période de confinement. Toutefois je peux remplir les "cahiers de texte" à l'avance. Il reste 3 semaines avant les vacances avec un lundi férié soit 11 heures de mathématiques, nous allons finir le chapitre sur les séries puis réviser en vue du DS les chapitres 9, 10, 11 et 12. Les prochains chapitres porteront sur les probabilités, j'espère que nous pourrons les faire en présentiel. Je les mettrai sur le site dès qu'ils seront finalisés.

Q°4 J’aurais une question concernant la question 5 de l’exercice 1 du TD 12.

Je ne comprends pas pourquoi je ne trouve pas la bonne réponse lorsque je fais :

$$\sum_{n\geq 1} \ln(\frac{(n+1)\text{^}2}{n(n+2)}) = \sum_{n\geq 1}(\ln((n+1)\text{^}2) - \ln(n^2+2n)) == \sum_{n\geq 1}(\ln(n^2+2n+1) - \ln(n^2+2n))$$

Ensuite, je trouverais la réponse à l’aide d’une somme télescopique. Cependant, je ne trouve pas le résultat attendu. Pourriez-vous m’expliquer, s’il vous plaît ?

R°4 Cette somme n'est pas télescopique car tous les entiers n'apparaissent pas dans "ln".
Pour N≥ 1, écrivons en extension la somme partielle d’indice N:

ln(4)-ln(3)+ln(9)-ln(8)+ln(16)-ln(15)+….+ ln(N^2+2N+1)-ln(N^2+2N)

Il manque ln(5), ln(6), ln(7)....
On ne peut pas simplifier les termes de proche en proche. En revanche on remarque que ln(9) peut se simplifier avec ln(3) ; ln(16) avec ln(8) d’où l’idée du corrigé.