Preuves du 03/02

Prop 35 p.14

Procédons par double inclusion :

$\boxed{\supset}$ $\forall 1 \leq i \leq p \quad f(e_i) \in Im(f)$ et $Im(f)$ est un sev

donc $Vect(f(e_1), f(e_2), \dots, f(e_p)) \subset Im(f)$.

$\boxed{\subset}$ Soit $y \in Im(f)$ alors $\exists\, x \in \mathbb{R}^p$ tel que $y = f(x)$

or $(e_1, e_2, \dots, e_p)$ est la base canonique de $\mathbb{R}^p$ donc

$\exists!\,(x_1, x_2, \dots, x_p) \in \mathbb{R}^p$ tel que $x = \sum_{i=1}^{p} x_i e_i$

et $y = f(x) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{par linéarité}}}{=} \sum_{i=1}^{p} x_i f(e_i) \in Vect(f(e_1), f(e_2), \dots, f(e_p))$

Prop 36 p 14 (cf exercice 8)

$$g \circ f = 0 \iff \forall x \in \mathbb{R}^p \quad g(f(x)) = 0$$

$$\iff \forall x \in \mathbb{R}^p \quad f(x) \in Ker(g)$$

$$\iff Im(f) \subset Ker(g)$$

Csq 37 p 14

Avec $g = f$ dans la prop 36.