Grp I

Montrer qu'une famille est libre.

Ex 18 TD 8

Soit $m \geq 1$ et soient $u_1, u_2, \dots, u_k$ des vecteurs de $\mathbb{R}^m$

- $(u_1, u_2, \dots, u_k)$ est une famille libre de vecteurs si toute combinaison linéaire nulle de $u_1, u_2, \dots, u_k$ est la combinaison triviale

- Si on a un seul vecteur u : (u) libre $\iff u \neq 0$
- Si on a 2 vecteurs u et v : vérifier s'ils sont colinéaires $\iff$ Mq $\exists \lambda \in \mathbb{R} \,/\, u = \lambda v$
- Si on a 3 vecteurs u, v et w : Mq u et v non colinéaires et que $\begin{cases} \text{pour } \alpha, \beta \in \mathbb{R}, \ w \neq \alpha u + \beta v \\ w \notin \text{Vect}(u, v) \end{cases}$
- Si on a 3 vecteurs ou plus : vérifier que pour $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \dots \lambda_m \in \mathbb{R}$ et pour $(u_1, u_2, \dots, u_k) \,/\, \lambda_1 u_1 + \lambda_2 u_2 + \dots + \lambda_m u_m = 0$ $\Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 = \dots = \lambda_m = 0$.

ex : $\left(\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right)$ pour $a, b, c \in \mathbb{R}$ on a

$$a \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + b \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} + c \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \iff \begin{cases} a - 2c = 0 \\ -a + 2b = 0 \\ b + c = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} a = 2c \\ a = 2b \\ a = 0 \end{cases} \iff a = b = c = 0$$