

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elles est vraie ou fausse. Justifiez par un contre-exemple lorsqu'elle est fausse.

1. Une suite minorée est convergente.
2. Une suite croissante et majorée par ℓ converge vers ℓ .
3. Une suite convergente est bornée.
4. Toute suite majorée est croissante.
5. Toute suite croissante admet une limite.
6. Toute suite non majorée tend vers $+\infty$
7. Si (u_n) converge, alors (u_n^2) également.
8. Si (u_n^2) converge, alors (u_n) également.
9. Si $\lim(u_{n+1} - u_n) = 0$, alors (u_n) est convergente.
10. Si : $(\forall A > 0, \exists N \in \mathbb{N} / u_N > A)$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$
11. Si (u_n) est croissante et si $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n \leq 1 + \frac{1}{n}$, alors (u_n) converge.
12. Une suite qui tend vers $-\infty$ est décroissante à partir d'un certain rang.
13. Si (u_n) converge et si $\forall n \in \mathbb{N}, 1 < u_n < 2$, alors $1 < (\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n) < 2$.
14. Si $\forall n \in \mathbb{N}, 1 < u_n < 2$, alors $1 \leq (\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n) \leq 2$.
15. Si $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n$, alors $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = 0$.
16. Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} (u_n - v_n) = 0$, alors $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n$
17. Si $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n$, alors $\exp(u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \exp(v_n)$
18. Si $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n$ et $a_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} b_n$, alors $u_n \times a_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n \times b_n$
19. Si $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = +\infty$, alors on a $\ln(2u_n) \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} \ln(u_n)$
20. Si $u_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} v_n$, alors u_n et v_n ont le même signe à partir d'un certain rang.