

## Exercice 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

1. Exprimer  $A^2$  comme combinaison linéaire de  $A$  et  $I$ .
2. Montrer que  $A$  est inversible et calculer son inverse.
3. Justifier à l'aide de la question 1 que  $(A - I)$  et  $(A - 5I)$  ne peuvent pas être inversibles.
4. Déterminer  $\text{Ker}(A - I)$  et  $\text{Ker}(A - 5I)$ .

## Exercice 2

$$\text{Soit } A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & -9 \\ -2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & -4 \end{pmatrix}.$$

Déterminer le rang et le noyau des matrices suivantes :

$$A + 2I \quad A - I \quad A - 3I \quad A$$

## Exercice 3

$$\text{Soit } J = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et soit } \lambda \in \mathbb{R}.$$

Déterminer en fonction de  $\lambda$  le rang de la matrice  $J - \lambda I_3$ .

Pour chaque  $\lambda$  tel que  $J - \lambda I_3$  n'est pas inversible, déterminer une base de  $\text{Ker}(J - \lambda I_3)$ .