

**Exercice 1**

Calculer les limites suivantes :

1.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x}}{e^x - 1}$

2.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{2\sqrt{x}}$

3.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{e^x - 1}$

4.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\exp(3x^2)}{x^6}$

5.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left( 1 + \frac{1}{x} \right)$

6.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+4x)}{x}$

7.  $\lim_{x \rightarrow 0} \left( 1 + \frac{1}{x^2} \right)^{\sqrt{x}}$

8.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(x)}{\sqrt{x} - 1}$

9.  $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x\sqrt{x})}{x^2}$

10.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left( e^{1/x^2} - 1 \right)$

11.  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(1+x^2)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2} - 1}$

12.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (2^x + 3^x)^{1/x}$

**Exercice 2**

Déterminer les branches infinies des fonctions suivantes au voisinage du point indiqué :

1.  $\frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2 + 1}$  en  $+\infty$

3.  $\frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x + 1}$  en  $-\infty$

2.  $\frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$  en  $+\infty$

4.  $\frac{\ln\left(\frac{e^x + 1}{x}\right)}{x^2}$  en  $+\infty$

**Exercice 3**

Donner le domaine de définition des fonctions suivantes. Etudier si elles sont prolongeables par continuité en 0. Si oui, donner la fonction prolongée.

1.  $f(x) = \frac{x + \sqrt{x}}{x^2 + \sqrt{x}}$

2.  $g(x) = \exp\left(-\frac{1}{x}\right)$

3.  $h(x) = \begin{cases} \frac{\exp(2x^2) - 1}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{\ln(1+x^3)}{3x^2} & \text{si } x > 0 \end{cases}$