Exercice 1

Résoudre les équations et inéquations suivantes :

1. $\ln(2x-3) = \ln(x+5)$
2. $e^{2x} - 3e^x = -2$
3. $e^{3x+1} + e^{2x+1} = 6e^{x+1}$
4. $\ln(x^2+x+2) \geqslant \ln(3-x) + \ln(x+1)$
5. $x^{x^x} = (x^x)^x$

Exercice 2

Soient : $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x^2 \end{array}$ $\quad g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R}^{+*} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \ln(x) \end{array}$. On note $A = [0,1]$, $B = \left[-\frac{1}{4}, \frac{1}{4}\right]$, $C =]0,1[$ et $D = [1, +\infty[$

1. f et g sont-elles injectives ? surjectives ?
2. Déterminer $f(A)$ et $f^{-1}(f(A))$.
3. Déterminer $g(C)$ et $g^{-1}(g(C))$.
4. Déterminer $f^{-1}(B)$ et $f(f^{-1}(B))$.
5. Déterminer $g^{-1}(D)$ et $g(g^{-1}(D))$.

Exercice 3

On considère l'application

$$f : \begin{array}{ccc}]-1,1[& \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \ln\left(\dfrac{1-x}{1+x}\right) \end{array}$$

Montrer que f est bijective et que son application réciproque est :

$$g : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow &]-1,1[\\ x & \longmapsto & \dfrac{1-e^x}{1+e^x} \end{array}$$