Exercice 1 :

Calculer les intégrales suivantes :

1. $\displaystyle\int_2^e \frac{1}{t(\ln(t))^2}dt$
2. $\displaystyle\int_e^1 \frac{\ln(x)}{x}dx$
3. $\displaystyle\int_2^e \frac{1}{t(\ln(t))^2}dt$
4. $\displaystyle\int_0^1 \frac{y^2}{1+y^2}dy$
5. $\displaystyle\int_1^2 x(1+x^2)^4dx$
6. $\displaystyle\int_1^2 t\ln(t)dt$
7. $\displaystyle\int_{-1}^1 x2^xdx$
8. $\displaystyle\int_0^{\pi/2} u^2\sin(2u)du$

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(t) = \dfrac{e^t}{\sqrt{1+t^2}}$ et la fonction G définie par :

$$G(x) = \int_{-x}^{x} f(t)dt$$

Montrer que G est dérivable sur $\mathbb{R}$ et calculer sa dérivée.

Exercice 3 :

Soit a un réel et f une fonction continue sur l'intervalle $[a, +\infty[$.
Pour tout $x > a$, on pose :

$$g(x) = \frac{1}{x-a}\int_a^x f(t)dt$$

1. Justifier que g est effectivement définie sur l'intervalle $]a, +\infty[$.
2. Démontrer que g se prolonge par continuité en a et préciser alors la valeur de $g(a)$.