

Exercice 1 :

On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 4}$$

1. Soit g la fonction définie par : $g(t) = (1 - 3t + 4t^3)^{1/3}$.
Montrer qu'il existe une fonction ε définie sur un voisinage V de 0 telle que :

$$\forall t \in V, g(t) = 1 - t - t^2 + t^2\varepsilon(t) \quad \text{avec} \quad \lim_{t \rightarrow 0} \varepsilon(t) = 0$$

2. En déduire l'existence d'une asymptote oblique à la courbe représentative \mathcal{C}_f de f . En préciser une équation et déterminer, au voisinage de l'infini, la position de cette asymptote par rapport à la courbe \mathcal{C}_f .
3. Résoudre $f(x) = 0$.
4. Étudier la dérivabilité de f en $x_0 = 2$, puis en $x_0 = -1$.
Interpréter votre étude sur la courbe \mathcal{C}_f .
5. Déterminer le domaine de dérivabilité $D_{f'}$ de f et calculer $f'(x)$ pour $x \in D_{f'}$.
6. Dresser le tableau de variation de f et donner l'allure de la courbe \mathcal{C}_f .

Exercice 2 :

1. Déterminer les parties réelles et les parties imaginaires des nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{3-i}{1+2i}, \quad z_2 = \frac{3-i}{1+2i} + \frac{3+i}{1-2i}, \quad z_3 = 3 + \frac{2}{i}, \quad z_4 = \frac{i}{2-i}$$

2. Déterminer le module et un argument des nombres complexes :

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}, \quad z_2 = 2 - 2i, \quad z_3 = 3 + i\sqrt{3}, \quad z_4 = -1 + i\sqrt{3}$$

3. Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $z^2 + z + 4 = 0$.