

**Exercice 1 :**

On considère la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\forall x \in \mathbb{R}, f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 4}$$

1. Soit  $g$  la fonction définie par :  $g(t) = (1 - 3t + 4t^3)^{1/3}$ .  
Montrer qu'il existe une fonction  $\varepsilon$  définie sur un voisinage  $V$  de 0 telle que :

$$\forall t \in V, g(t) = 1 - t - t^2 + t^2\varepsilon(t) \quad \text{avec} \quad \lim_{t \rightarrow 0} \varepsilon(t) = 0$$

2. En déduire l'existence d'une asymptote oblique à la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  de  $f$ . En préciser une équation et déterminer, au voisinage de l'infini, la position de cette asymptote par rapport à la courbe  $\mathcal{C}_f$ .
3. Résoudre  $f(x) = 0$ .
4. Étudier la dérivabilité de  $f$  en  $x_0 = 2$ , puis en  $x_0 = -1$ .  
Interpréter votre étude sur la courbe  $\mathcal{C}_f$ .
5. Déterminer le domaine de dérivabilité  $D_{f'}$  de  $f$  et calculer  $f'(x)$  pour  $x \in D_{f'}$ .
6. Dresser le tableau de variation de  $f$  et donner l'allure de la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

**Exercice 2 :**

1. Déterminer les parties réelles et les parties imaginaires des nombres complexes suivants :

$$z_1 = \frac{3-i}{1+2i}, \quad z_2 = \frac{3-i}{1+2i} + \frac{3+i}{1-2i}, \quad z_3 = 3 + \frac{2}{i}, \quad z_4 = \frac{i}{2-i}$$

2. Déterminer le module et un argument des nombres complexes :

$$z_1 = 1 + i\sqrt{3}, \quad z_2 = 2 - 2i, \quad z_3 = 3 + i\sqrt{3}, \quad z_4 = -1 + i\sqrt{3}$$

3. Résoudre dans  $\mathbb{C}$  l'équation  $z^2 + z + 4 = 0$ .