Exercice 1

1. Soient I et J deux intervalles de $\mathbb{R}$.
   Soit f une fonction définie sur I et à valeurs dans J.
   Soit g une fonction définie sur J et à valeurs dans K.
   Montrer que

$$\left.\begin{array}{r} f \text{ croissante sur } I \\ g \text{ croissante sur } J \end{array}\right) \Longrightarrow g \circ f \text{ croissante sur } I$$

$$\left.\begin{array}{l} f \text{ croissante sur } I \\ g \text{ décroissante sur } J \end{array}\right) \Longrightarrow g \circ f \text{ décroissante sur } I$$

$$\left.\begin{array}{l} f \text{ décroissante sur } I \\ g \text{ croissante sur } J \end{array}\right) \Longrightarrow g \circ f \text{ décroissante sur } I$$

$$\left.\begin{array}{l} f \text{ décroissante sur } I \\ g \text{ décroissante sur } J \end{array}\right) \Longrightarrow g \circ f \text{ croissante sur } I$$

2. Application : déterminer si les fonctions suivantes sont croissantes ou décroissantes sur leur domaine de définition (on n'utilisera aucun calcul de dérivée, soit on reviendra à la définition, soit on écrira des composées).

$$u : x \mapsto e^{-x}, \qquad v : x \mapsto \ln(1 + e^{-x})$$

$$w : x \mapsto -e^{-x}, \qquad y : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{-x}}$$

Exercice 2

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

$$f : x \mapsto \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^{\frac{1}{x+2}}$$

$$g : x \mapsto (\ln(-x))^{-\sqrt{x}}$$