

Exercice 1

On pose pour tout $x \neq 0$, $f(x) = \frac{\sqrt{1+2x} - 1 - x}{x^2}$.

1. Montrer que f est prolongeable par continuité en 0.
2. Montrer que la fonction f (prolongée) est dérivable en 0 et préciser $f'(0)$.
3. Déterminer l'équation de la tangente en 0, puis la position de la courbe de f par rapport à cette tangente au voisinage du point d'abscisse 0.

Exercice 2

On pose $f(x) = x^2 \ln\left(\frac{x}{x+1}\right)$.

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Montrer que la courbe de f admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$.
3. Déterminer la position de la courbe par rapport à cette asymptote au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$.

Exercice 3

1. Soit f l'endomorphisme de \mathbb{R}^4 défini par :

$$f(x, y, z, t) = (x+y+z+3t, 3x+3y+3t, -4x+7y+z, 3x+14y-z+3t)$$

Déterminer (dans l'ordre de votre choix) le rang de f , une base de l'image de f , une base du noyau de f .

2. Soit g l'endomorphisme de $\mathbb{R}_3[X]$ défini par :

$$g(P) = XP'(X) - X^2P''(X)$$

Déterminer (dans l'ordre de votre choix) le rang de g , une base de l'image de g , une base du noyau de g .