

Exercice 1

Déterminer si les ensembles suivants sont des espaces vectoriels. Si c'est le cas, en donner une famille génératrice.

1. $E_1 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / 2x + y - z = 0\}$
2. $E_2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 / x + y + z = 0 \text{ et } 2x - y + z = 0\}$.
3. $E_3 = \{(u + v, 2u - v, u - v, 2v) \in \mathbb{R}^4, u, v \in \mathbb{R}\}$
4. $E_4 = \{M \in \mathcal{M}_3(\mathbb{R}) / M^2 = 0\}$
5. $E_5 = \{P \in \mathbb{R}_4[X] / P(1) = 1\}$
6. $E_6 = \{P \in \mathbb{R}_4[X] / P(0) = 0\}$

Exercice 2

Déterminer si les familles suivantes sont libres ou non dans l'espace vectoriel indiqué.

1. Dans \mathbb{R}^3 :

$$\vec{u} = (1, 4, -1), \vec{v} = (-1, 0, 3), \vec{w} = (0 - 2, 1)$$

2. Dans \mathbb{R}^4 :

$$\vec{u} = (1, 1, 2, 0), \vec{v} = (0, 1, -1, 0), \vec{w} = (0, 2, 0, 1)$$

3. Dans \mathbb{R}^4 :

$$\vec{u} = (-1, 0, 2, 1), \vec{v} = (0, 0, 1, -1), \vec{w} = (1, 0, 0, -1)$$

4. Dans $\mathbb{R}_2[X]$:

$$P_1 = 2X^2 + 1, P_2 = (1 - X)(X + 3), P_3 = 4X - 7$$

5. Dans $\mathbb{R}_3[X]$:

$$P_1 = X^3, P_2 = X^2(X - 2), P_3 = 3X - 2, P_4 = (X - 2)^3$$