Exercice 1

Déterminer les limites suivantes :

1. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos(x))}{x^2}$
2. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2\sin(x)+\tan(x)}{e^{\sqrt{x}}-1}$
3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{\cos(x)}-1}{x\sin(x)}$
4. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{6}} \dfrac{1+\cos(6x)}{\sqrt{1-\left(x-\frac{\pi}{6}\right)^2}-1}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur $]0,+\infty[$ par :

$$f(x) = x\ln(x)$$

1. Étudier les variations de f et donner son tableau de variations (limites comprises). Préciser la branche infinie de $\mathcal{C}_f$ au voisinage de $+\infty$.
2. Justifier que f réalise une bijection de $I = \left[e^{-1},+\infty\right[$ dans un intervalle J à préciser.
3. En quels points f^{-1} est-elle dérivable ?
4. Calculer $(f^{-1})'(0)$. Calculer $f(e)$ et $f(e^2)$. En déduire les valeurs de $(f^{-1})'(e)$ et $(f^{-1})'(2e^2)$.
5. À l'aide des informations obtenues précédemment, tracer dans un même repère l'allure des courbes représentatives de f et de f^{-1}.