

## Exercice 1

Soient  $a$  et  $b$  deux réels. On pose :

$$P(X) = X^4 + aX^2 + bX - 30.$$

1. Déterminer  $a$  et  $b$  pour que  $1 - i$  soit une racine de  $P$ .
2. On prend à présent pour  $a$  et  $b$  les valeurs déterminées dans la question 1.  
Déterminer sans calculs une autre racine de  $P$ .
3. Factoriser  $P$  dans  $\mathbb{C}[X]$  et dans  $\mathbb{R}[X]$ .

## Exercice 2

Soit  $P(X) = X^4 - 5X^3 + 6X^2 - 5X + 1$ .

1. Vérifier que 0 n'est pas une racine de  $P$ .
2. Montrer que si  $a$  est une racine  $P$ , alors  $\frac{1}{a}$  est racine de  $P$ .
3. Montrer que l'équation  $P(x) = 0$  est équivalente à l'équation :

$$(E) : x^2 - 5x + 6 - \frac{5}{x} + \frac{1}{x^2} = 0.$$

4. Calculer pour tout  $x \in \mathbb{R}^*$ ,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ .
5. En posant  $y = x + \frac{1}{x}$ , montrer que  $x$  est solution de  $(E)$  si et seulement si  $y$  est solution d'une équation du second degré, que l'on déterminera.
6. Résoudre cette équation du second degré, puis en déduire les racines de  $P$ .