

## Exercice 1

(Questions indépendantes)

1. Déterminer le rang de  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 & 1 \\ -1 & 3 & -1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -3 & 0 \end{pmatrix}$
2. Déterminer selon les valeurs de  $a \in \mathbb{R}$ , le rang de

$$B(a) = \begin{pmatrix} 1-a & -1 & -1 \\ -1 & 1-a & -1 \\ -1 & -1 & 1-a \end{pmatrix}$$

Pour chaque valeur telle que  $\text{rg}(B(a)) < 3$ , déterminer une base de  $\text{Ker}(B(a))$ .

## Exercice 2

Soit  $\varphi$  l'application définie sur  $\mathbb{R}_3[X]$  par :

$$\forall P \in \mathbb{R}_3[X], \varphi(P) = (X^2 - 1)P'(X) - (3X + 1)P(X)$$

1. Vérifier que  $\varphi$  est un endomorphisme de  $\mathbb{R}_3[X]$
2. Déterminer la matrice de  $\varphi$  dans la base canonique de  $\mathbb{R}_3[X]$ .
3. Déterminer le noyau, l'image et le rang de  $\varphi$ .