

Exercice 1

1. Déterminer un $DL_3(0)$ de $x \mapsto \sqrt{1 + \sin(x)}$.
2. Déterminer un $DL_2(0)$ de $x \mapsto \frac{1}{e^x + \cos(x)}$.
3. Déterminer un équivalent au voisinage de 0 de

$$\sqrt{1 + 2x} - \cos(x) - \sin(x)$$

4. Déterminer un équivalent en $+\infty$ de

$$\exp\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{x(x+1)}{1+x^2}$$

Exercice 2

1. Démontrer que pour $n \geq 1$, l'équation :

$$\ln(x) + x = n$$

admet une unique solution dans \mathbb{R}^{+*} que l'on notera u_n .

2. Montrer que la suite (u_n) diverge vers $+\infty$.
3. En déduire un équivalent de u_n puis de $\ln(u_n)$.
4. Montrer que $u_n = n - \ln(n) + o_{n \rightarrow +\infty}(\ln(n))$
5. Montrer que $u_n = n - \ln(n) + \frac{\ln(n)}{n} + o_{n \rightarrow +\infty}\left(\frac{\ln(n)}{n}\right)$.